FISICA

ElettroMagnetismo

EQUAZIONI DI MAXWELL

Pappalardo Vincenzo

docente di
Matematica e Fisica

INTRODUZIONE

Attraverso gli esperimenti di Oersted, di Faraday e Ampere, la teoria dell'elettromagnetismo era stata completamente strutturata in termini di entità fisiche misurabili (cariche, correnti e magneti) e di modalità d'interazione reciproca.

Cercando di immaginare la modalità operativa di tali interazioni, Faraday aveva concepito uno spazio pieno di campi elettrici e magnetici.

Maxwell sintetizzò le leggi dell'elettromagnetismo con quattro famose equazioni, che mettono in relazione, in perfetta simmetria fra loro, il campo elettrico e il campo magnetico.

Prevedendo l'esistenza delle onde elettromagnetiche:

le equazioni di Maxwell includono la luce nell'ambito dei fenomeni elettromagnetici.

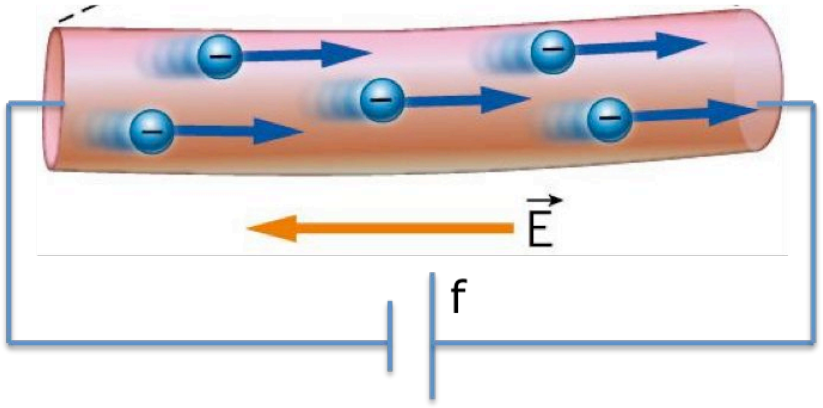
Gli argomenti ed i modelli di Faraday spinsero Maxwell a formulare una teoria matematica attraverso la quale, non solo introdusse l'idea delle onde elettromagnetiche, ma riuscì ad ottenere:

la prima grande unificazione della fisica, cioè a descrivere la luce, l'elettricità e il magnetismo attraverso un unico complesso di equazioni matematiche che segnarono il culmine della fisica classica e suggerirono anche una teoria della materia e della radiazione dalla quale deriva l'odierna teoria del campo.

IL CAMPO ELETTRICO INDOTTO

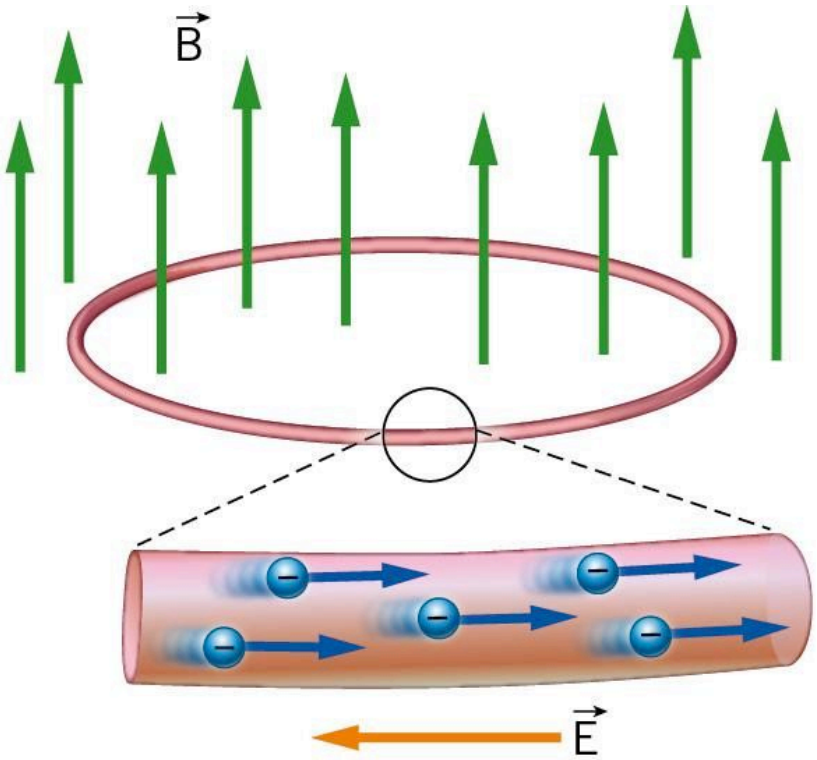
Per introdurre le equazioni di Maxwell, iniziamo una forma diversa alla legge di Faraday-Neumann, legando la f_{em} indotta a un *campo elettrico particolare*, diverso dal campo elettrico prodotto da cariche fisse.

Consideriamo un filo collegato a un generatore di tensione.



La forza elettromotrice f del generatore è legata al lavoro compiuto dal campo elettrico sulle cariche all'interno del filo dalla relazione:

$$(1)\ f = \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta s}$$



Se ora consideriamo un circuito chiuso privo di generatore, sede di una corrente indotta (prodotta per induzione elettromagnetica), dobbiamo ritenere che ciò che fa muovere le cariche lungo il circuito sia ancora un campo elettrico.

Il campo elettrico che produce una corrente indotta, detto **campo elettrico indotto**, è generato da un campo magnetico variabile.

In analogia con quanto espresso dalla relazione precedente (1), la f_{em} indotta è il lavoro compiuto dal campo elettrico indotto per far percorrere a una carica unitaria un intero giro del circuito.

Tenendo presente che la quantità al 2° membro della (1) è la circuitazione del campo elettrico indotto, allora:

$$f_{indotta} = C(\vec{E})$$

Pertanto, poiché $f_{indotta}$ è espressa dalla legge di Faraday-Neumann, possiamo scrivere:

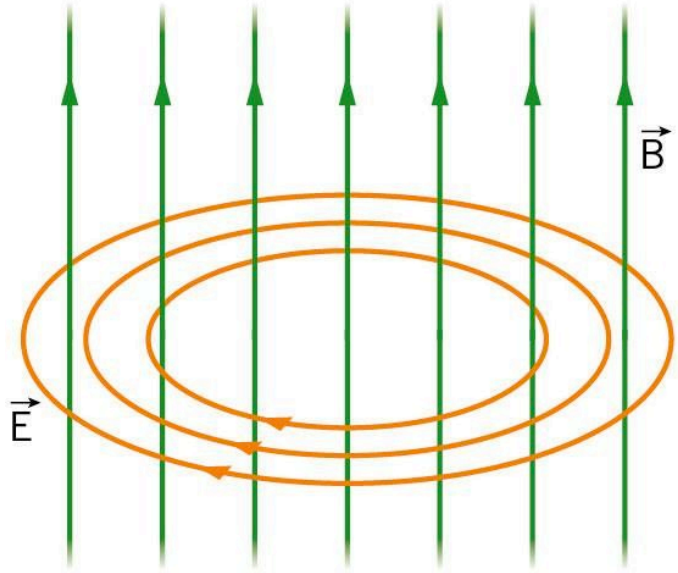
LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

(forma più generale)

Un flusso magnetico variabile attraverso la superficie delimitata da un circuito elettrico produce un campo elettrico indotto, la cui circuitazione è:

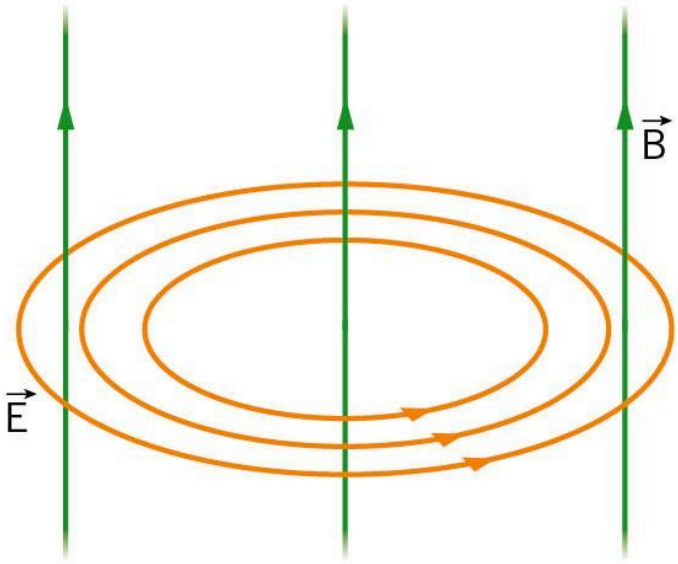
$$C(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

La presenza del segno meno traduce analiticamente la legge di Lenz, in base alla quale il verso del campo elettrico indotto è tale da produrre una corrente capace di compensare, mediante il proprio campo magnetico, la variazione di flusso.



$\vec{B}$ aumenta

Se **B** aumenta, le linee del campo elettrico **E** hanno tutte lo stesso verso.



$\vec{B}$ diminuisce

Se **B** diminuisce, le linee del campo elettrico **E** si avvolgono in senso opposto al precedente.

Conclusioni importanti:

Poiché il campo elettrico indotto è caratterizzato dal valore della sua circuitazione, allora:

- nel caso dell'elettrostatica (**B**=**0**) e delle correnti continue (**B**=costante) con circuiti fissi, si ha $\Phi(\mathbf{B})=0$, per cui $C(\mathbf{E})=0$ e si conferma che **il campo elettrostatico è conservativo** con conseguente **definizione della grandezza "energia potenziale"**;

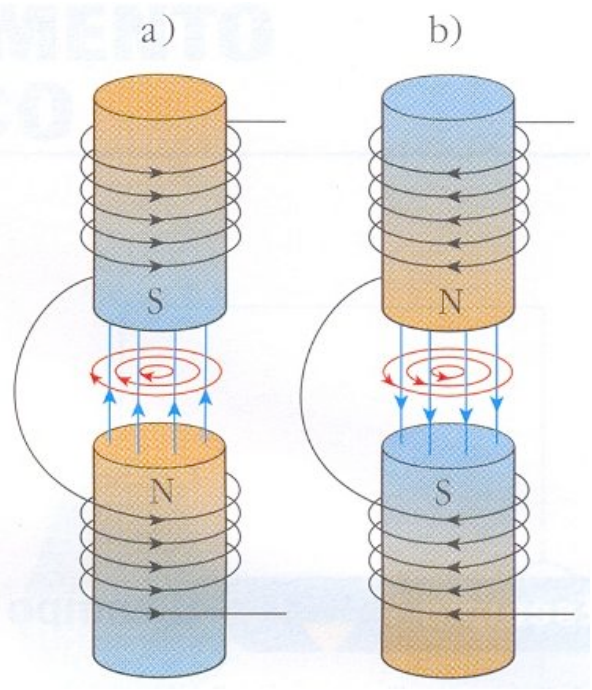
- se il campo magnetico è variabile oppure i circuiti sono in movimento, allora $C(\mathbf{E})\neq 0$ e ne risulta che **il campo elettrico indotto non è conservativo**, e **il potenziale elettrico non può essere definito**.

Un campo elettrico può essere generato da:

- Cariche elettriche;
- Campi magnetici variabili

Il campo elettrico indotto dalla variazione del flusso del campo magnetico, esiste indipendentemente dalla presenza di un circuito.

Vediamo cosa significa quest'ultima affermazione.

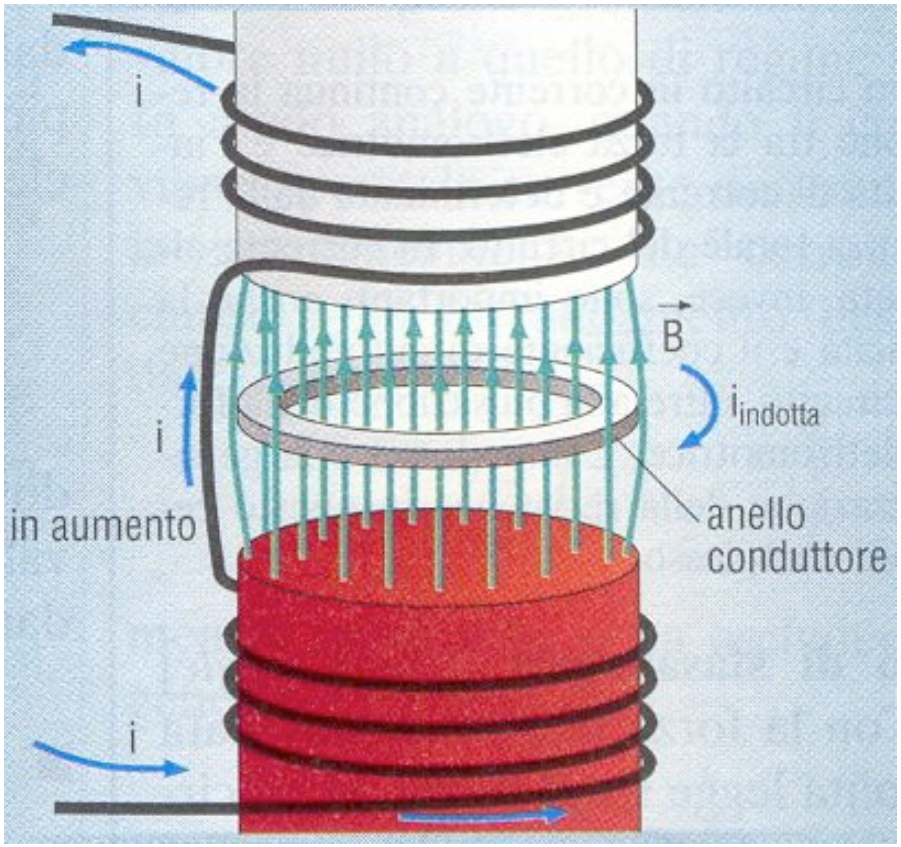


L’elettromagnete è percorso da una corrente crescente, per cui il campo magnetico fra le due espansioni polari essendo crescente in modulo, produce un campo elettrico indotto.

Per motivi di simmetria, il campo elettrico indotto ha linee di forza circolari con centro sull'asse e verso determinato dalla legge di Lenz.

Se l'elettromagnete è alimentato da una corrente di intensità ancora crescente, ma di verso opposto, il campo elettrico indotto si inverte.

Se a una delle linee di forza si sovrappone una spira conduttrice, in essa si produce una corrente indotta (che scorre nel verso del campo elettrico), il cui campo magnetico è rivolto verso il basso, producendo un flusso di segno opposto a quello crescente che ha originato il campo elettrico indotto.



Possiamo dunque affermare che:

Se in una regione di spazio il flusso del campo magnetico attraverso una certa superficie varia nel tempo, in quella regione si produce un campo elettrico indotto la cui circuitazione attraverso il contorno della superficie soddisfa l'equazione:

$$C(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

La circuitazione del campo elettrico indotto è ora calcolata lungo una linea geometrica chiusa e non più lungo un circuito conduttore.

LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO

Scriviamo le equazioni per l'elettricità e il magnetismo (caso statico, ossia campi non variabili):

- LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

$$\Phi(\vec{B}) = 0$$

- LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

$$C(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

- LEGGE DI AMPERE

$$C(\vec{B}) = \mu_0 i$$

Osservando queste quattro equazioni, scorgiamo due asimmetrie tra i campi **E** e **B**.

- La prima asimmetria riguarda la presenza della carica *Q* nella legge di Gauss per il campo elettrico e l'assenza di una carica analoga nella legge di Gauss per il campo magnetico. *Questa asimmetria si spiega con il fatto che non sono stati scoperti poli magnetici isolati.*

- La seconda asimmetria è dovuta alla presenza della corrente elettrica *i* nella legge di Ampère e l'assenza di una equivalente corrente «magnetica» nella legge di Faraday-Neumann. E, cosa più importante, manca nella legge di Ampère un termine analogo a quello che compare al secondo membro della legge di Faraday-Neumann, cioè un termine proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso del campo elettrico.

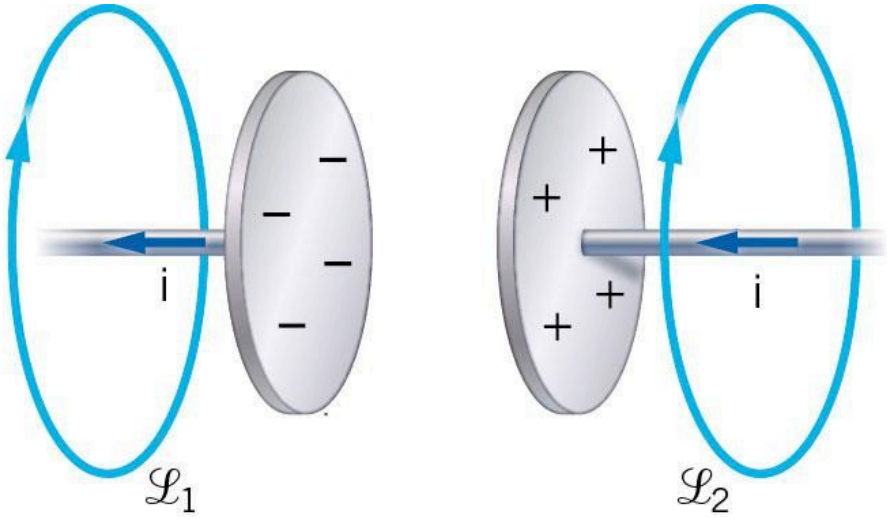
Partendo da considerazioni di simmetria, **Maxwell (1831-1879)** aggiunse questo termine mancante, che gli consentì di risolvere alcune ambiguità teoriche emerse nell'ambito delle quattro equazioni.

Non si tratta di una pura aggiunta formale, ma di una vera e propria scoperta, perché il termine in più consente di prevedere l'esistenza delle onde elettromagnetiche.

È proprio questo riscontro sperimentale, cioè l'effettiva esistenza di un fenomeno contenuto implicitamente nelle equazioni, che provò la correttezza del lavoro teorico di Maxwell.

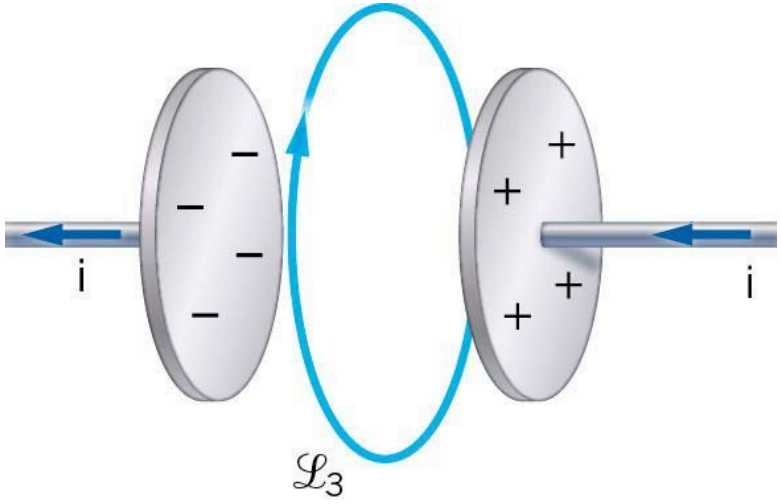
Giustifichiamo l'aggiunta del termine mancante affinché venga ripristinata la simmetria tra le due equazioni.

Consideriamo il processo di carica di un condensatore. Mentre le armature si stanno caricando, nei fili circola una corrente di intensità sempre più piccola che genera nello spazio un campo magnetico.



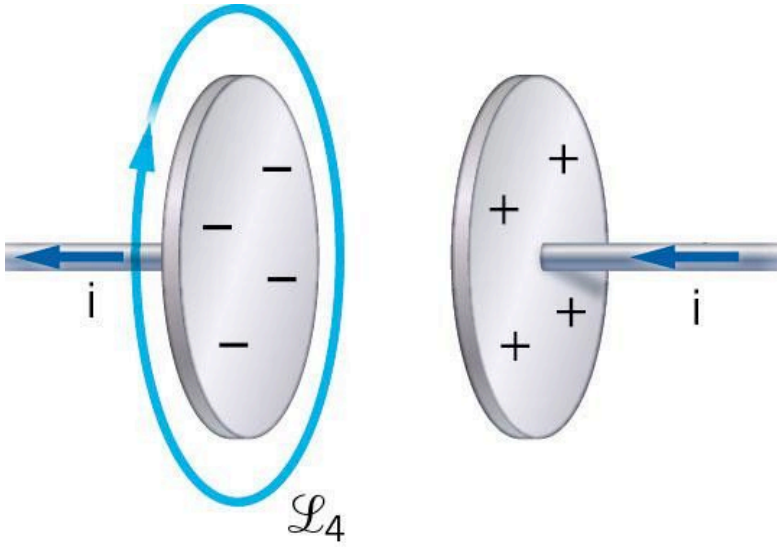
Per la legge di Ampère, le circuitazioni calcolate lungo $\mathcal{L}_1$ e $\mathcal{L}_2$ sono diverse da zero, perché a essi è concatenata una corrente di valore i:

$$C_{L_1}(\vec{B}) = C_{L_2}(\vec{B}) = \mu_0 i$$



Per la legge di Ampère, la circuitazione calcolata lungo $\mathscr{L}_3$ vale zero, perché a essa non è concatenata nessuna corrente:

$$C_{L_3}(\vec{B}) = 0$$



La legge di Ampère è ambigua nel calcolare la circuitazione lungo $\mathscr{L}_4$, perché non si sa se considerare la corrente i concatenata o meno con la circonferenza $\mathscr{L}_4$.

Quindi, applicando la legge di Ampère, la circuitazione del campo magnetico deve diventare improvvisamente uguale a zero all'interno del condensatore, mentre, in corrispondenza del bordo del condensatore il valore di C(**B**) è indeterminato.

Per eliminare questo paradosso, questo risultato logicamente insoddisfacente al quale conduce il teorema di Ampère, Maxwell, con un'ipotesi che in un primo momento sembrò artificiosa ai fisici del suo tempo, suppose che nello spazio compreso fra le armature del condensatore avesse luogo qualche fenomeno equivalente a una corrente.

Maxwell introdusse quindi la **corrente di spostamento**, mettendola in relazione con la variazione temporale del flusso del campo elettrico attraverso una superficie:

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$i_S \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$$

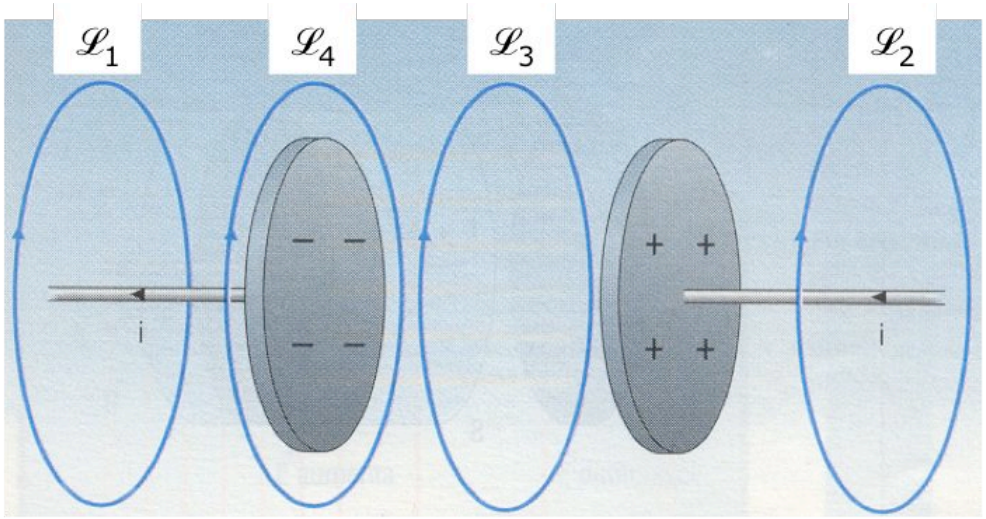
Si dimostra che la corrente di spostamento è numericamente uguale alla corrente che circola nel conduttore. Quindi tutto avviene come se la corrente elettrica proseguisse nello spazio vuoto tra le armature del condensatore sotto forma di corrente di spostamento, mantenendo invariata la sua intensità.

Il teorema della circuitazione di Ampère, nella forma modificata da Maxwell, è espresso perciò dall'equazione:

LEGGE DI AMPERE

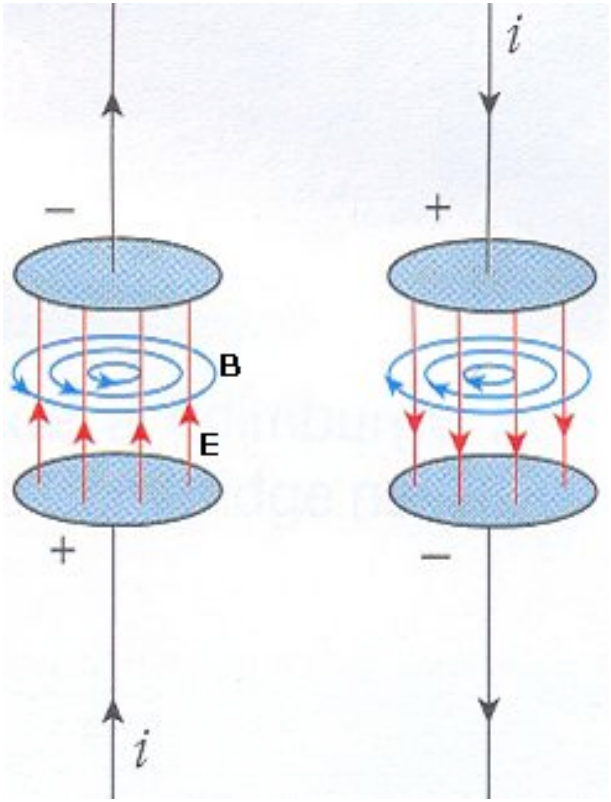
$$C(\vec{B}) = \mu_0 \left[i + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right]$$

dove il flusso del campo elettrico è calcolato attraverso una superficie che ha come contorno il cammino lungo il quale si esegue la circuitazione.



In questo modo la circuitazione lungo il cammino $\mathscr{L}_3$ ha lo stesso valore di quella lungo i cammini $\mathscr{L}_1$ e $\mathscr{L}_2$.

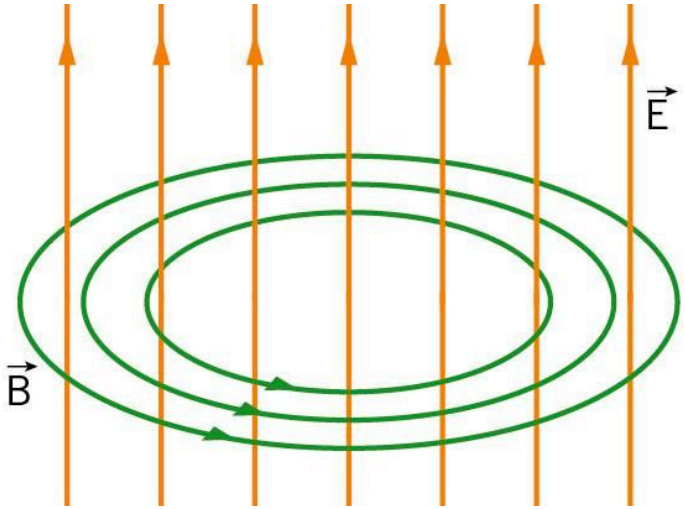
Per continuità da destra e da sinistra, anche la circuitazione lungo $\mathscr{L}_4$ è determinata e ha lo stesso valore delle altre.



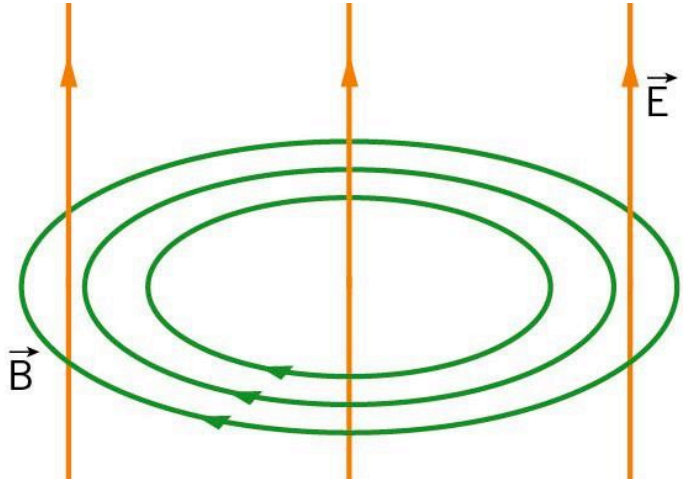
Maxwell affermò che la corrente di spostamento produce un effetto magnetico al pari della corrente dovuta al movimento delle cariche. Dobbiamo perciò pensare che nella regione di spazio compreso fra le armature del condensatore abbia origine un campo magnetico.

Le linee di forza del campo magnetico generato dalla corrente di spostamento sono pertanto circolari e con centro sull'asse di simmetria del condensatore.

La forma delle linee del campo magnetico indotto è simile a quella delle linee del campo elettrico indotto, ma il loro verso segue una regola opposta. Infatti i due campi sono simmetrici, ma non identici.



Se **E** aumenta, il verso delle linee del campo magnetico indotto è opposto a quello visto per il campo elettrico indotto.



Se **E** diminuisce, le linee del campo magnetico indotto si avvolgono nell'altro verso.

L'aggiunta della corrente di spostamento nella legge di Ampère, rende simmetrici i campi elettrico e magnetico per ciò che riguarda la loro variazione nel tempo.

Quindi:

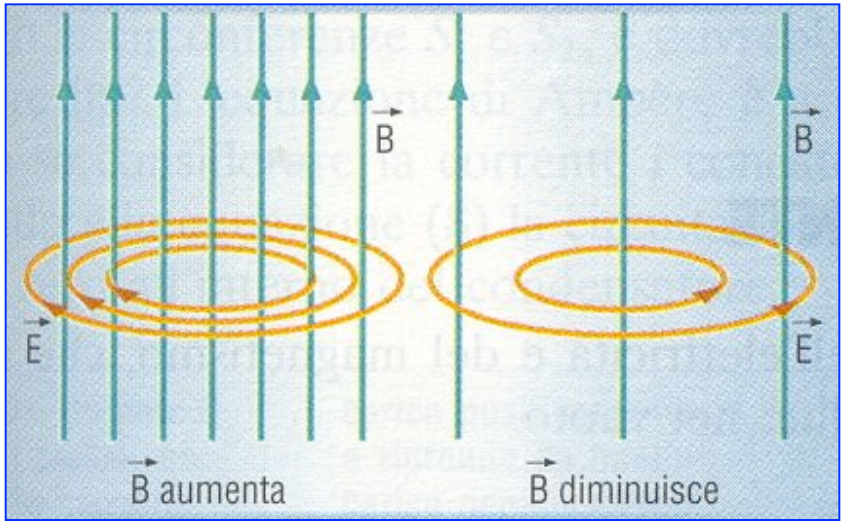
Un campo elettrico variabile
genera un campo magnetico.

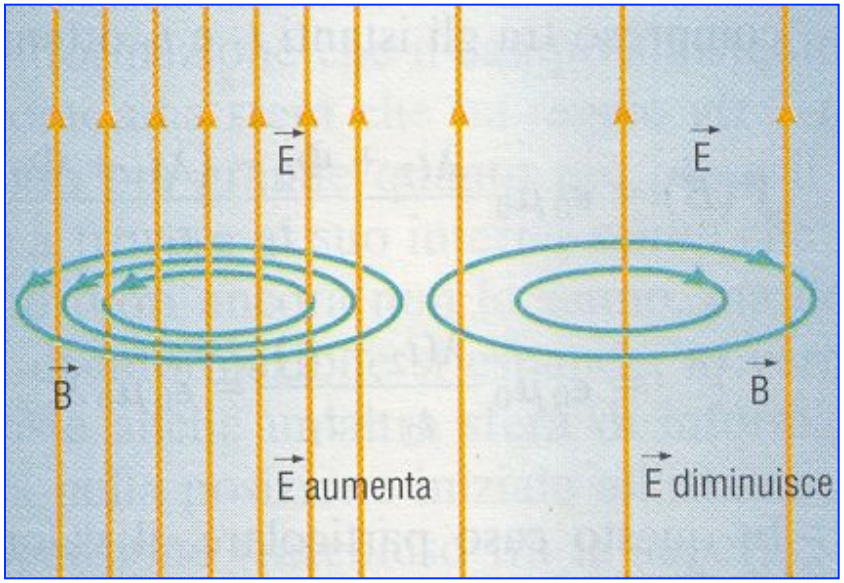
Pertanto, un campo magnetico può essere generato da:

- correnti elettriche;
- campi elettrici variabili.

Conclusione importante

- Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico (legge di Faraday-Neumann)





- Un campo elettrico variabile genera un campo magnetico (termine aggiunto di Maxwell)

LE EQUAZIONI DI MAXWELL

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO

$$\Phi_{\Omega}(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

cosa dice

Il flusso del campo elettrico **E** attraverso qualunque superficie chiusa Ω è direttamente proporzionale alla carica totale contenuta nella superficie.

cosa significa

Le linee del campo elettrico **E** sono aperte. Le cariche elettriche al di fuori della superficie gaussiana Ω non contribuiscono al flusso.

conseguenze

- ✓ Le cariche elettriche sono le sorgenti del campo elettrico;
- ✓ Su un conduttore in equilibrio elettrostatico la carica si localizza sulla superficie;
- ✓ Calcolare il modulo del campo elettrico generato da varie distribuzioni di carica

LEGGE DI GAUSS PER IL CAMPO MAGNETICO

$$\Phi(\vec{B}) = 0$$

cosa dice

Il flusso del campo magnetico attraverso qualunque superficie chiusa è uguale a zero.

cosa significa

Le linee del campo magnetico sono chiuse.

conseguenze

- Non esistono poli magnetici isolati (monopoli)
- Le linee del campo magnetico o sono chiuse o si estendono all'infinito (caso del solenoide)

LEGGE DI FARADAY-NEUMANN

$$C_{\ell}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

cosa dice

La circuitazione del campo elettrico lungo un cammino chiuso $\mathcal{L}$ è direttamente proporzionale alla rapidità di variazione del flusso del campo magnetico, calcolato attraverso una superficie Ω che ha $\mathcal{L}$ come contorno.

cosa significa

Nel caso dinamico (campi variabili), il campo elettrico non è conservativo.

conseguenze

- Il fenomeno dell'induzione elettromagnetica
- Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico.

LEGGE DI AMPERE - MAXWELL

$$C(\vec{B}) = \mu_0 \left[i + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right]$$

cosa dice

Nella legge della circuitazione del campo magnetico, oltre al termine dettato dal teorema di Ampère, compare un termine proporzionale alla rapidità di variazione del flusso di campo elettrico.

cosa significa

La corrente di spostamento contribuisce alla circuitazione di **B** alla pari delle correnti convenzionali.

conseguenze

- Il primo addendo dell'equazione mostra che il campo magnetico è generato da cariche in moto (correnti elettriche);
- il secondo addendo stabilisce che un campo elettrico variabile genera un campo magnetico.

Considerazioni sulle equazioni di Maxwell

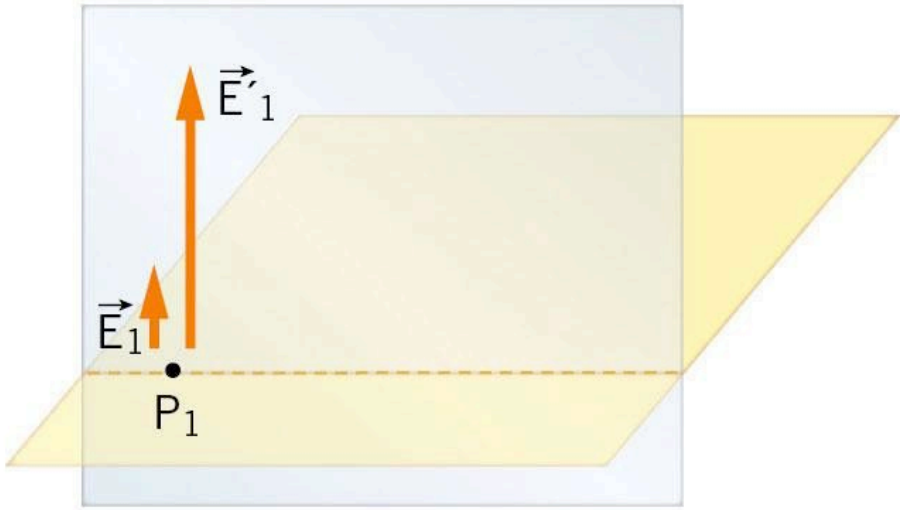
- Le quattro equazioni di Maxwell rappresentano i postulati di tutta la teoria elettromagnetica. Ossia, tutte le proprietà dell'elettricità, del magnetismo e dell'induzione elettromagnetica possono essere derivate da queste equazioni.
- Le equazioni di Maxwell introducono l'idea che non è più possibile studiate il campo elettrico **E** o il campo magnetico **B** in modo isolato, prescindendo l'uno dall'altro. Anzi, nel caso dinamico (campi variabili), la terza e quarta equazione contengono entrambi i campi. Pertanto, i campi **E** e **B** sono due aspetti diversi di un unico ente fisico, chiamato **campo elettromagnetico.**

LE ONDE ELETTROMAGNETICHE

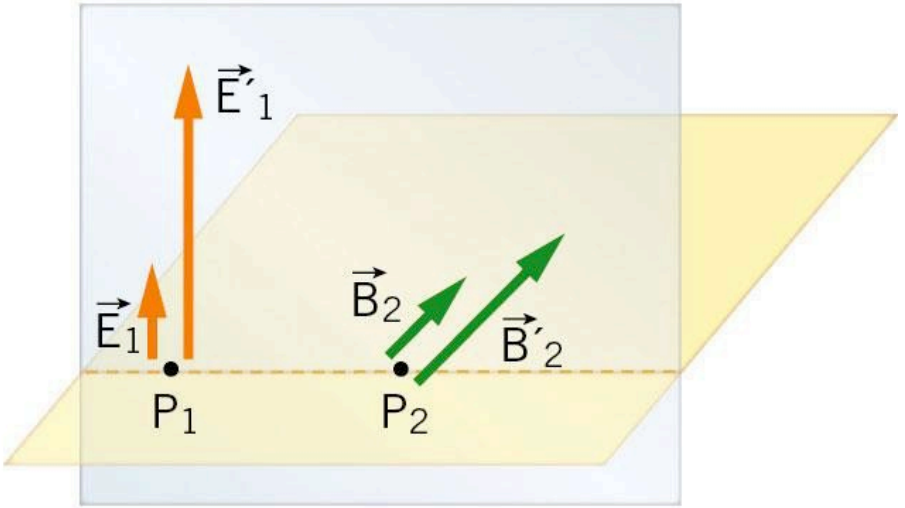
Discutiamo, adesso, delle onde elettromagnetiche, una delle conseguenze più importanti previste dalle equazioni di Maxwell.

Si faccia oscillare una carica elettrica Q. **Questo movimento genera**:

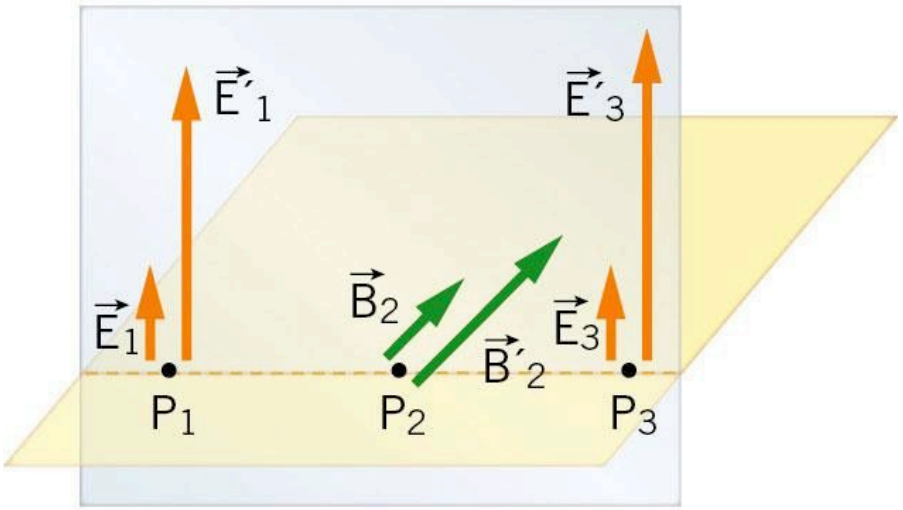
- Un campo elettrico variabile, perché la posizione di Q cambia continuamente nel tempo;
- Un campo magnetico variabile, perché una carica elettrica che oscilla equivale a una corrente elettrica variabile.



Nel punto dello spazio P_1 si genera un campo elettrico variabile per effetto del movimento della carica elettrica Q.



Per la terza equazione di Maxwell, questo campo elettrico genera un campo magnetico variabile in un punto P_2 immediatamente vicino a P1.



Ma il campo magnetico variabile in P_2, per la quarta equazione di Maxwell, crea un campo elettrico indotto in un altro punto P_3.

In realtà, in P_1 c'è anche un campo magnetico variabile, che genera in P_2 un campo elettrico variabile, che genera in P_3 un ulteriore campo magnetico, e così via.

Nasce in tal modo una perturbazione elettromagnetica che si propaga nello spazio, ossia si è creata ***un'onda elettromagnetica***.

Da una variazione di un campo elettrico o magnetico ha dunque origine la propagazione di un *impulso elettromagnetico,* così come da uno spostamento di un'estremità di una molla ha origine un impulso elastico che si propaga lungo tutta la molla.

Una volta prodotto dalla carica in movimento, il campo elettromagnetico oscillante ha un'esistenza autonoma, che non dipende più dalla sorgente. Quindi:

Un'onda elettromagnetica trasporta energia e continua a propagarsi, autogenerandosi, anche quando la carica che l'ha generata smette di muoversi.

Questa proprietà che ha una perturbazione di avere un'esistenza indipendente, svincolata dalla sorgente che l'ha generata, è proprio ciò che caratterizza un' onda (sia essa meccanica o elettromagnetica).

Ma, a differenza delle onde meccaniche, le onde elettromagnetiche (il campo elettromagnetico) si propagano anche nello spazio vuoto.

La prova sperimentale dell'esistenza delle onde elettromagnetiche, previste teoricamente nel 1861, fu ottenuta da **Hertz** tra il 1886 e il 1889.

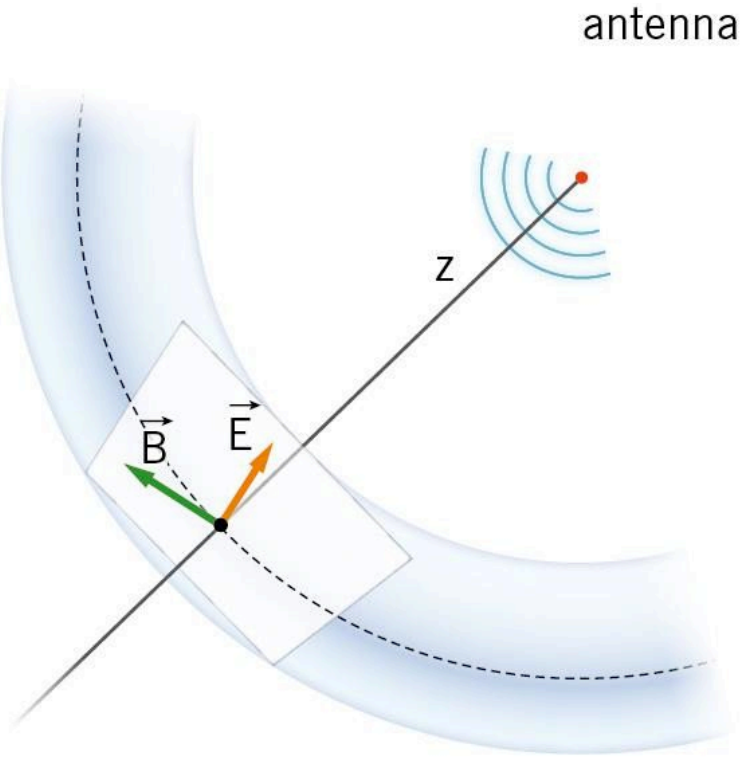
ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

Un'antenna trasmittente è una struttura di metallo, lungo la quale gli elettroni vengono fatti oscillare a una frequenza opportuna. Il moto degli elettroni è generato dalla tensione fornita da un apposito circuito oscillante, che determina la frequenza f.

Mentre gli elettroni oscillano di moto armonico, l'antenna emette un'onda elettromagnetica di frequenza f che si propaga nello spazio.

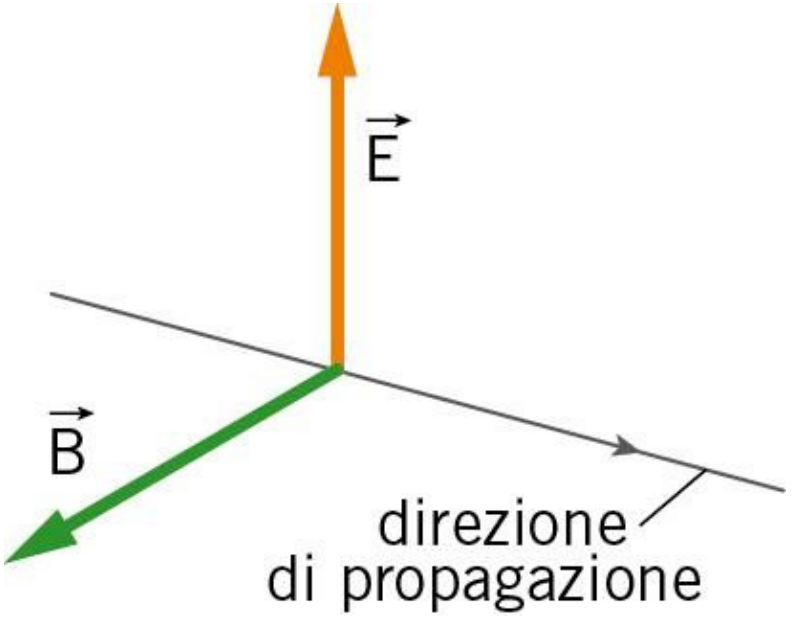
I campi elettrici e magnetici generati dalle antenne sono molto complicati, ma le onde elettromagnetiche si ricevono a grande distanza dall'antenna ricevente.

Ciò permette di semplificare la trattazione, perché in queste condizioni l'antenna appare puntiforme e le onde che essa emette hanno fronti d'onda sferici.



L'osservatore, però, rileva solo una calotta molto piccola della superficie sferica, per cui i fronti d'onda che egli riceve sono quelli di un'onda piana.

Consideriamo una delle infinite rette che si dipartono dall'antenna. Essa rappresenta la direzione di propagazione dell'onda.



In ogni punto di questa retta si ha che:

Il campo elettrico **E** e il campo magnetico **B** sono ortogonali fra loro e, insieme, sono perpendicolari alla direzione di propagazione.

Nel vuoto, i campi sono legati dalla relazione:

$$E = cB$$

Quindi:

Le onde elettromagnetiche sono
onde trasversali

Alle onde elettromagnetiche si estendono le definizioni di *lunghezza d'onda*, *periodo* e *frequenza* e le relazioni fra queste grandezze già viste per le onde meccaniche.

Periodo e frequenza

$$T = \frac{1}{f} \qquad f = \frac{1}{T}$$

Velocità

$$v = \lambda f$$

Numero d'onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Pulsazione

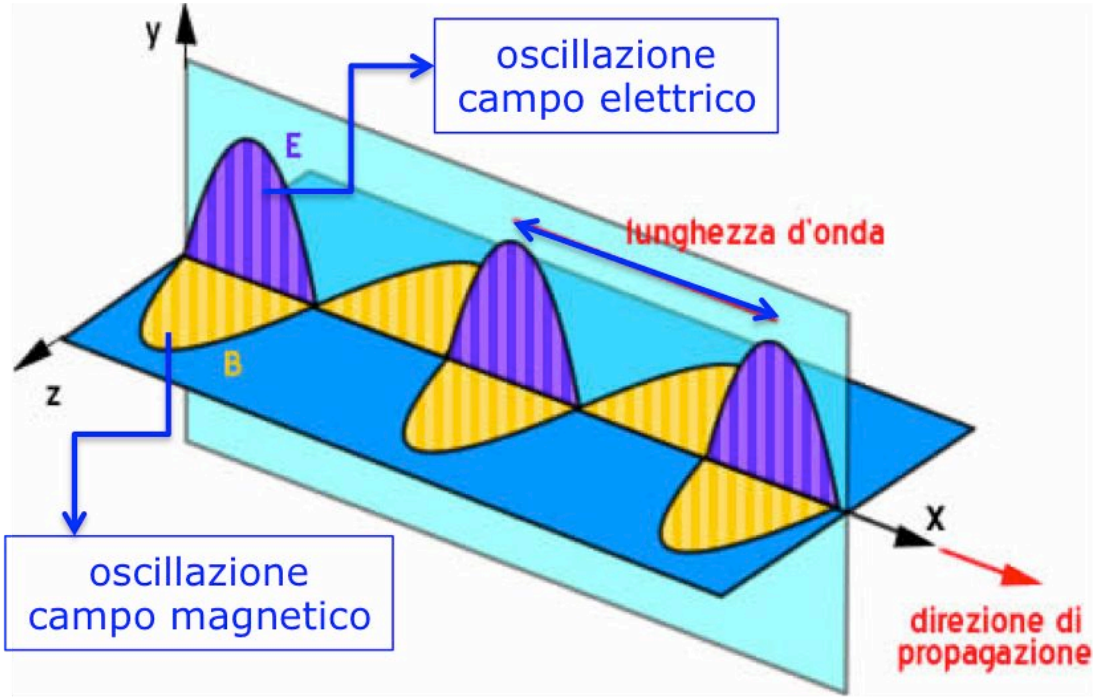
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Le equazioni che descrivono un'onda elettromagnetica piana sinusoidale, o monocromatica, ossia i moduli E e B in ogni istante t e in ogni punto x lungo la direzione di propagazione dell'onda, sono:

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \qquad B = B_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

φ = fase iniziale dell'onda

In ogni punto, la direzione del campo elettrico ***E*** e quella del campo magnetico ***B*** variano in generale con il tempo, mantenendosi, comunque, perpendicolari fra loro e alla direzione di propagazione. Se invece le direzioni di ***E*** e di ***B*** rimangono fisse nel tempo, si dice che l'onda elettromagnetica è *polarizzata linearmente*.

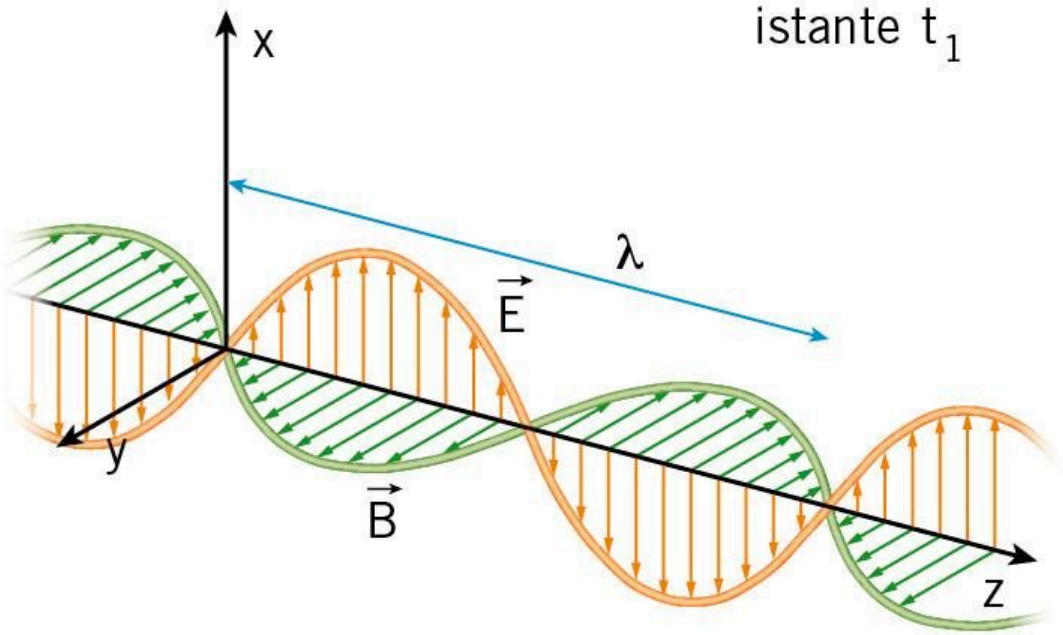


I campi **E** e **B** sono ortogonali fra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione.

Il campo elettrico e il campo magnetico sono sempre in fase fra loro.

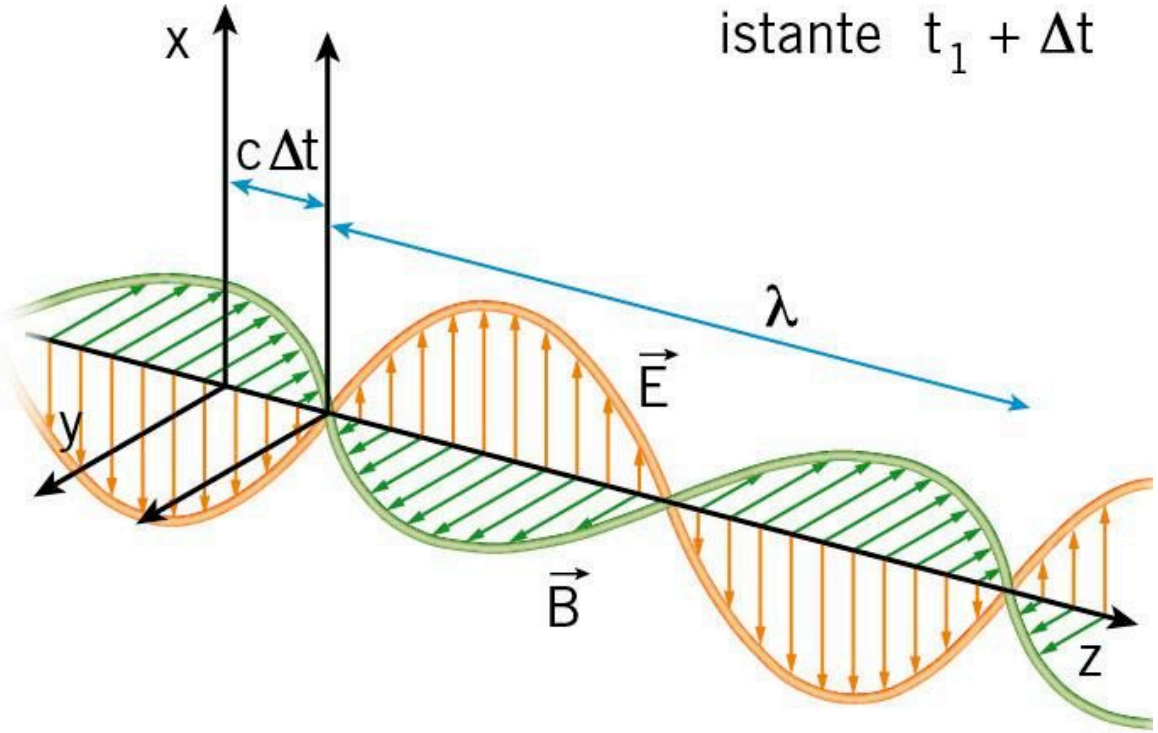
Se in un certo istante e in un certo punto è massimo (o nullo) il campo elettrico, nello stesso istante e nello stesso punto è massimo (o nullo) anche il campo magnetico.

esempio



Scattiamo un'«istantanea» dell'onda lontano dall'antenna.

I valori dei due campi **E** e **B** variano nello spazio in modo regolare (legge sinusoidale); **E** e **B** sono in fase; **E** e **B** descrivono un'onda che ha lunghezza d'onda λ.
E e **B** sono perpendicolari tra loro e alla direzione di propagazione.



Dopo un intervallo di tempo Δt l'intera onda si è spostata del tratto $x = c \cdot \Delta t$, conservando le stesse caratteristiche dell'onda all'istante t_1.

LA LUCE

Maxwell, dimostrò, attraverso le sue equazioni, che le onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto (in un mezzo materiale) con la stessa velocità della luce:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}998 \cdot 10^8 \, m/s \cong 300.000 \, km/s$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n} \xrightarrow{n>1} v < c$$

Sulla base di questo risultato, Maxwell concluse che:

La luce è una particolare onda elettromagnetica.

Questo fu un risultato clamoroso, che mise in evidenza lo straordinario potere unificante della teoria elaborata da Maxwell.

Egli, avendo notato che le onde elettromagnetiche e la luce, oltre a essere caratterizzate entrambe da vibrazioni trasversali, si propagano con la stessa velocità, avanzò l'ipotesi della ***natura elettromagnetica della luce***.

Le equazioni di Maxwell costituivano così una teoria unitaria non solo dei fenomeni elettrici e magnetici, ma anche di quelli luminosi.

L'ENERGIA TRASPORTATA DALLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

Come tutte le onde, anche quelle elettromagnetiche trasportano energia.

Abbiamo già ricavato l'energia immagazzinata nel campo elettrico e magnetico nel caso statico (**E** e **B** costanti).

$$\overline{w_{\vec{E}}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$\overline{w_{\vec{B}}} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Nelle onde elettromagnetiche, però, le intensità dei campi **E** e **B** variano nel tempo t e in ogni punto x lungo la direzione di propagazione dell'onda, con legge sinusoidale:

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \qquad B = B_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

oscillando, rispettivamente, tra $-E_0$ ed E_0, e tra $-B_0$ e B_0, con:

$$E_0 = cB_0$$

Pertanto, le densità di energia dei campi nel punto x e all'istante t, come i campi, sono funzioni della posizione e del tempo.

Ne consegue che, per valutare la quantità di energia presente in una zona di spazio, dobbiamo calcolare i valori medi.

Si dimostra che la densità volumica media dell'energia immagazzinata è espressa in funzione del solo campo elettrico o del campo magnetico:

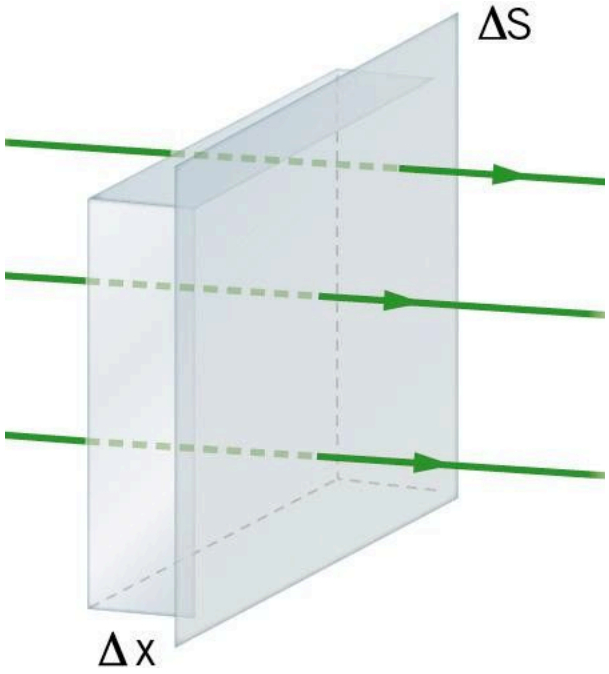
$$\overline{w} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

$$\overline{w} = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2$$

Queste relazioni mostrano che l'energia dell'onda elettromagnetica è immagazzinata in ugual misura dal campo elettrico e dal campo magnetico.

Densità di energia media per un campo elettromagnetico

$$\overline{w} = \varepsilon_0 E_0^2 \quad \text{oppure} \quad \overline{w} = \frac{1}{\mu_0} B_0^2$$



La grandezza che descrive con quanta energia un fascio luminoso investe un oggetto si chiama irradiamento.

L'irradiamento di una superficie è definito come il rapporto tra l'energia media W che, nell'intervallo di tempo Δt, attraversa la superficie piana di area ΔS perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda:

$$E_e = \frac{W}{\Delta S \Delta t}$$

Scegliamo la lunghezza Δx in modo che sia uguale alla distanza percorsa dall'onda nell'intervallo di tempo Δt:

$$\Delta x = c\Delta t$$

Allora, dopo vari passaggi algebrici, l'irradiamento può essere scritto come:

$$E_e = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$$

L'irradiamento dell'onda elettromagnetica è proporzionale al quadrato dell'ampiezza massima del campo **E**.

La grandezza che caratterizza il trasporto dell'energia da parte di un'onda elettromagnetica è ***l'intensità dell'onda***:

L'intensità di un'onda elettromagnetica monocromatica nel vuoto è espressa dal prodotto della densità media dell'energia posseduta dal campo elettromagnetico per la velocità di propagazione dell'onda:

$$I = \bar{w} \cdot c$$

L'intensità di un'onda elettromagnetica in funzione dell'ampiezza del campo elettrico e magnetico:

$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_0^2$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{c}{\mu_0} B_0^2$$

Intensità media per un'onda elettromagnetica

$$I_m = c\varepsilon_0 E_{eff}^2 = \frac{c}{\mu_0} B_{eff}^2$$

Pressione della radiazione elettromagnetica

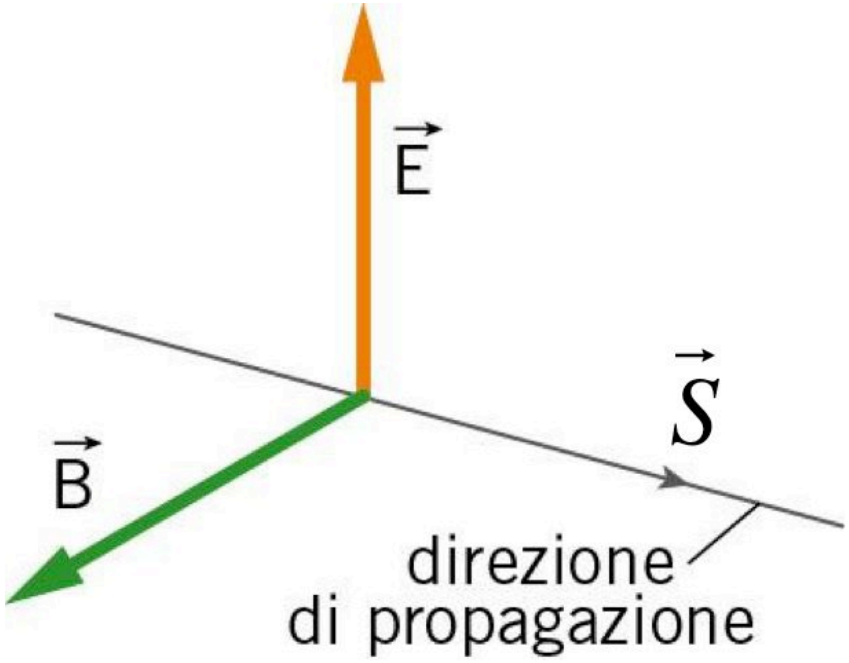
$$P = \frac{I_m}{c} = \varepsilon_0 E_{eff}^2 = \frac{1}{\mu_0} B_{eff}^2$$

VETTORE DI POYNTING

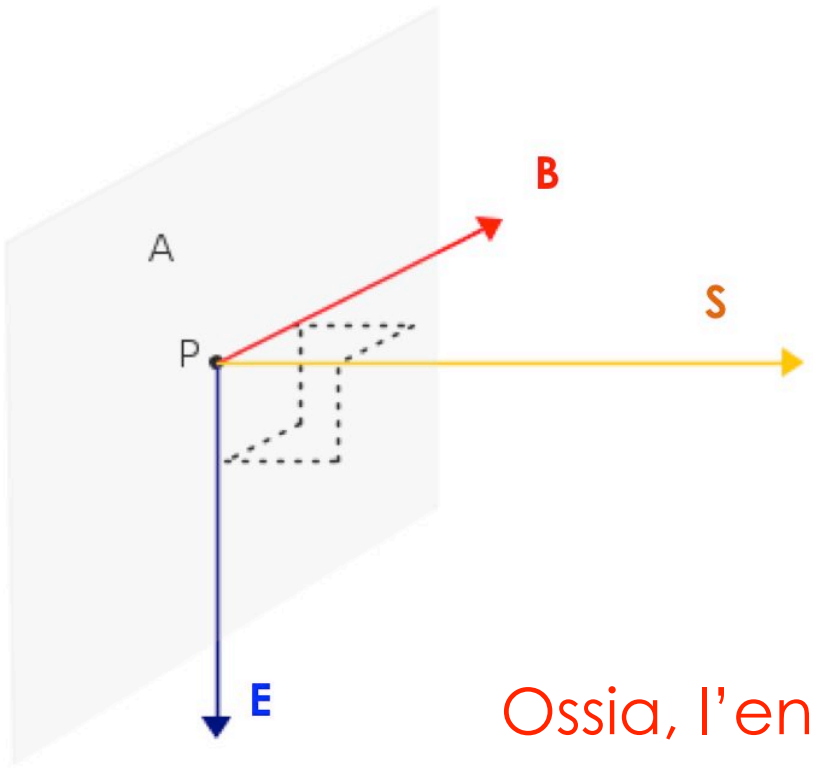
Il vettore di Poynting è definito come il prodotto vettoriale tra il campo elettrico **E** e il campo magnetico **B**

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \otimes \vec{B}$$

Esso è quindi perpendicolare ai vettori dei due campi, e concorde con la direzione di propagazione della radiazione.



Non confondiamo **S** con la direzione di propagazione dell'onda.



Il modulo di **S** (W/m^2) rappresenta il flusso di energia associato alla propagazione del campo elettromagnetico

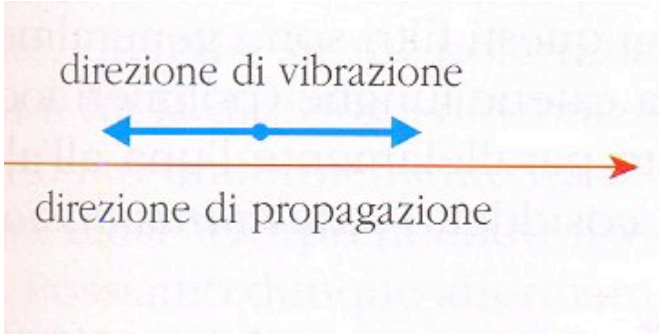
Ossia, l'energia che attraversa l'unità di superficie A, disposta ortogonalmente alla direzione di propagazione dell'onda, nell'unità di tempo.

FENOMENI ONDULATORI

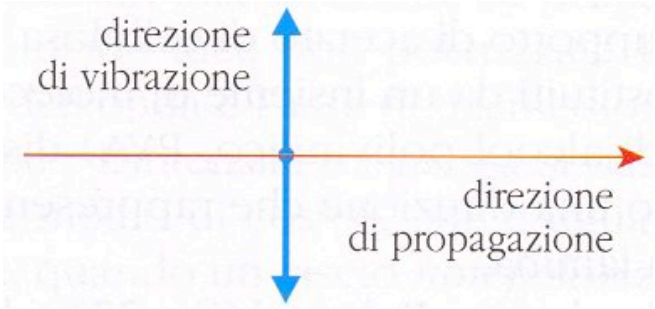
Nel capitolo sulle onde abbiamo discusso le proprietà e i fenomeni legati alle onde luminose:

- ✓ *Natura corpuscolare e ondulatoria*
- ✓ *Principio di Huygens*
- ✓ *Riflessione e rifrazione*
- ✓ *Dispersione*
- ✓ *Riflessione totale*
- ✓ *Interferenza*
- ✓ *Diffrazione*
- ✓ *Polarizzazione*

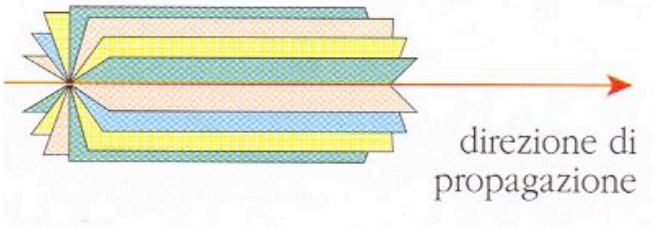
POLARIZZAZIONE DELLA LUCE



Nelle onde longitudinali la direzione di vibrazione coincide con quella di propagazione

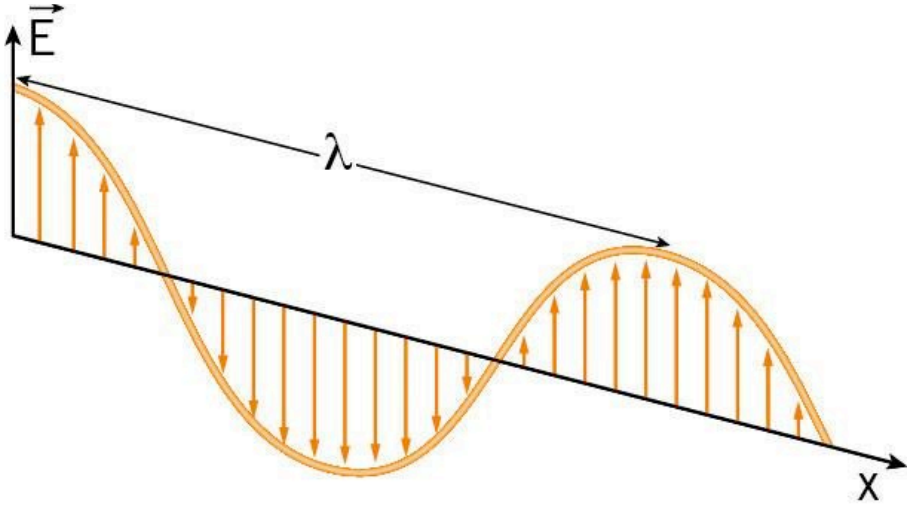


Nelle onde trasversali la direzione di vibrazione è perpendicolare alla direzione di propagazione

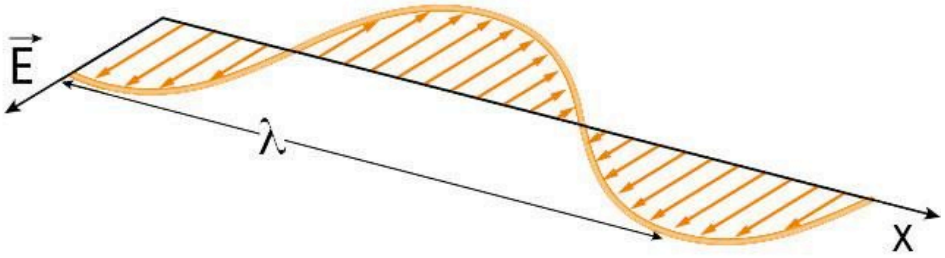


Alcuni fra gli infiniti piani passanti per la direzione di propagazione di un'onda trasversale

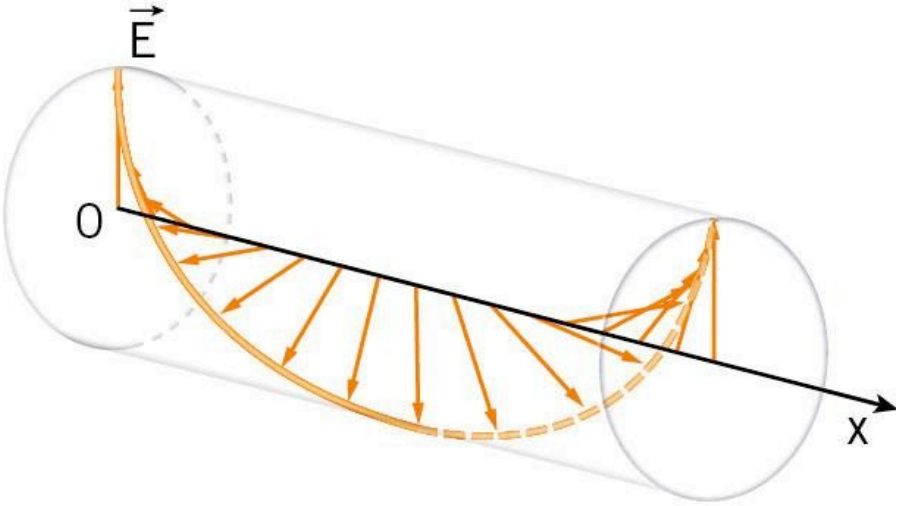
Nella luce, il campo elettrico (così come il campo magnetico) può oscillare (sempre perpendicolarmente alla direzione del moto dell'onda) in modi molto diversi:



Se **E** oscilla sempre in un piano verticale, l'onda è polarizzata verticalmente.



Se **E** oscilla sempre in un piano orizzontale, l'onda è polarizzata orizzontalmente.



Se **E** ruota attorno alla direzione di propagazione, l'onda è polarizzata circolarmente.

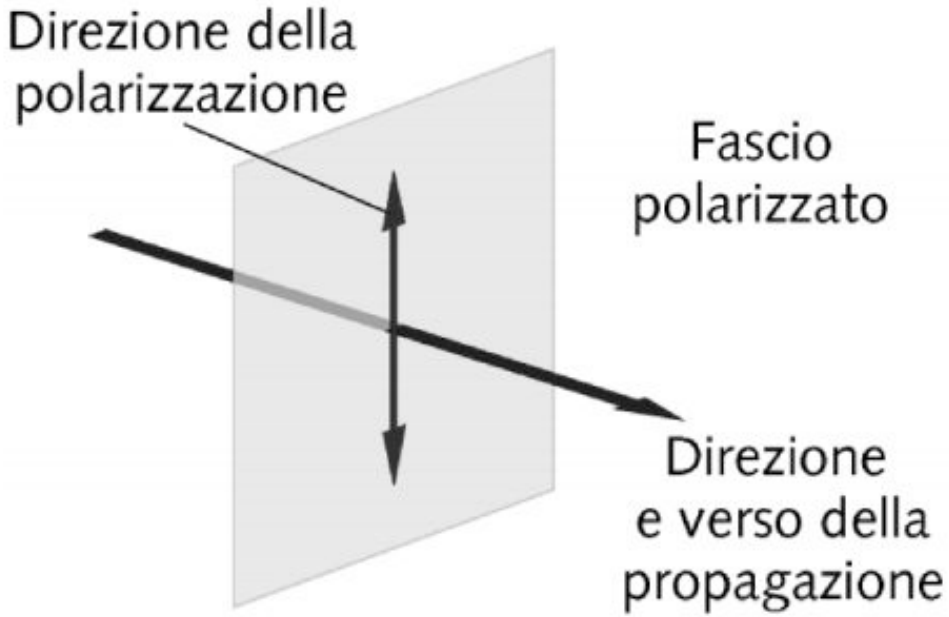
In generale possiamo affermare che:

Un'onda si dice polarizzata quando l'oscillazione dei vettori campo elettrico **E** e campo magnetico **B** ha caratteristiche ben definite.

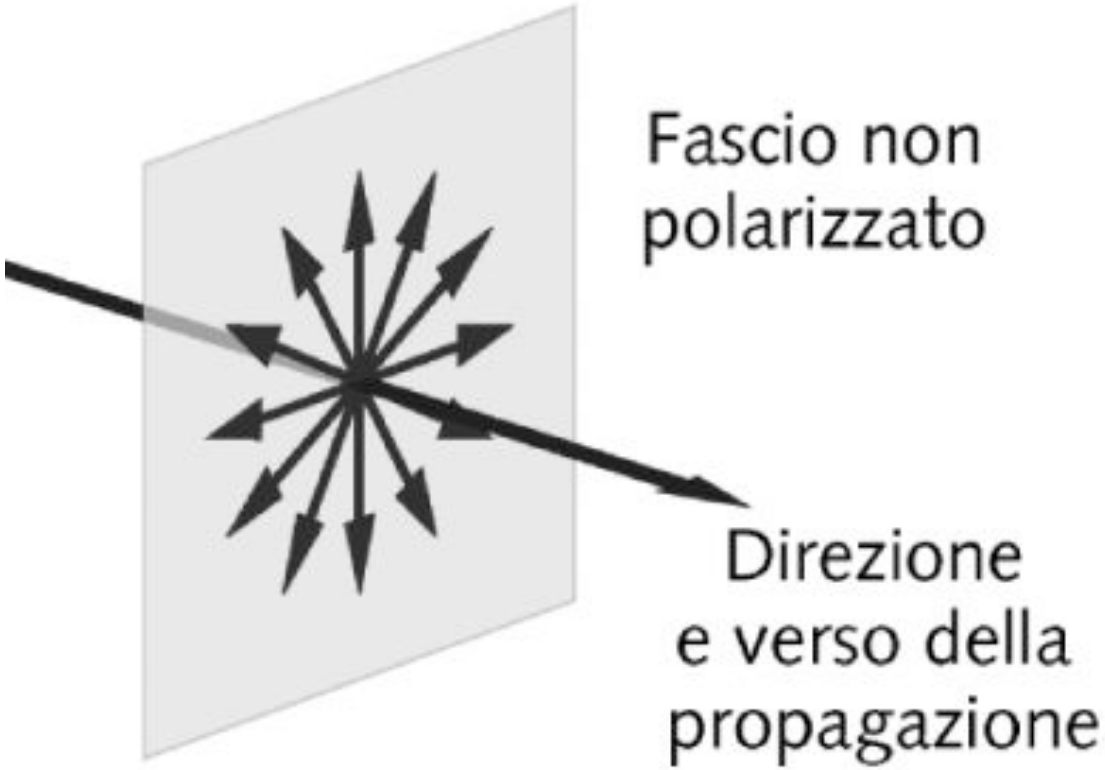
La polarizzazione è una proprietà fisica delle onde trasversali; il fatto che interessi anche la luce costituisce una prova della sua natura ondulatoria e, più precisamente, del suo essere un'onda di tipo trasversale.

Nei primi due esempi la luce si dice polarizzata linearmente:

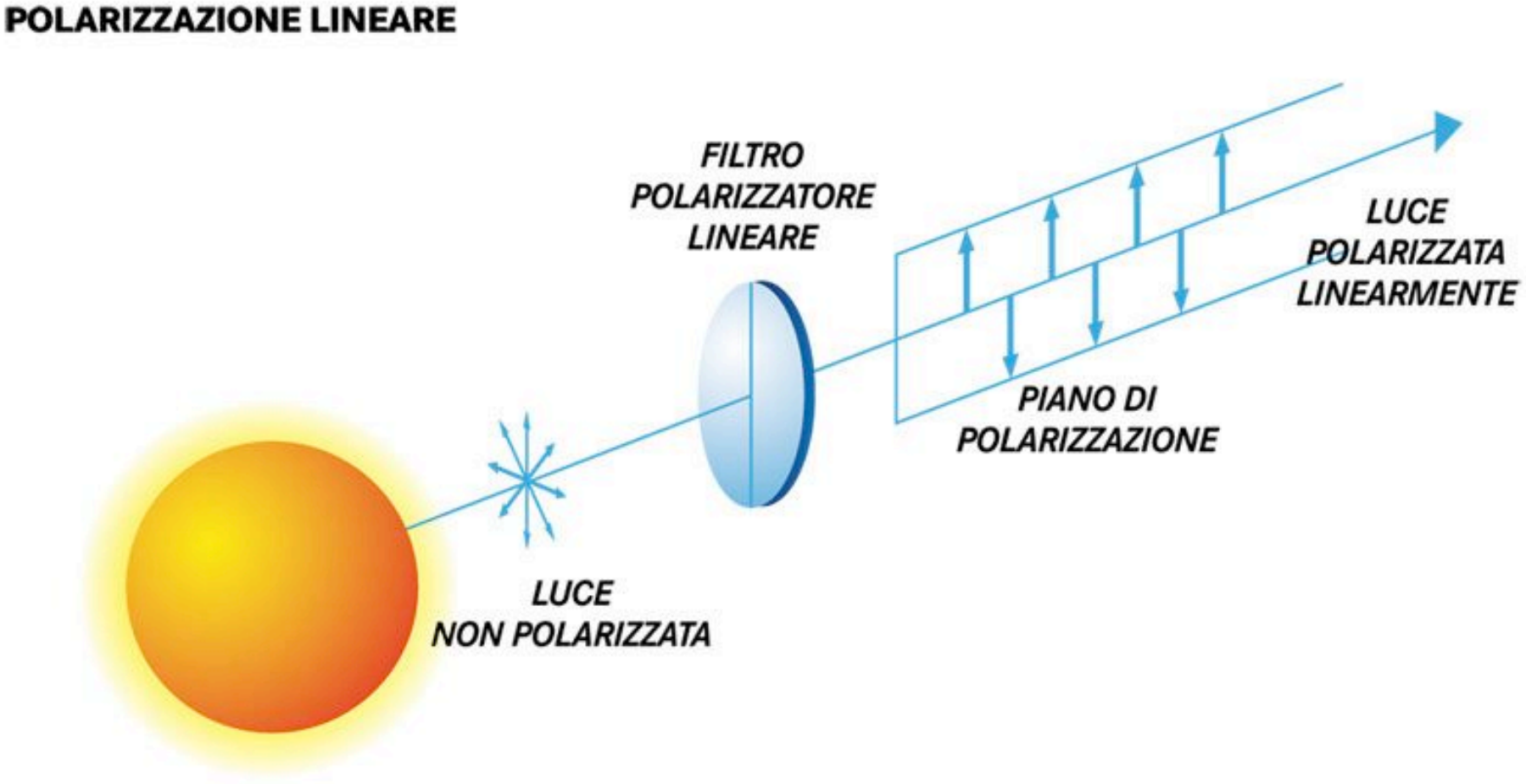
Un'onda è ***polarizzata linearmente*** se la vibrazione avviene costantemente su uno dei piani passanti per la direzione di propagazione. Tale piano, orientato in maniera fissa nello spazio è detto *piano di vibrazione*.



La luce naturale è luce non polarizzata. Infatti, essendo la sovrapposizione di onde luminose emesse in modo casuale da un grande numero di atomi, il campo elettromagnetico oscilla lungo tutte le direzioni perpendicolari alla direzione di propagazione.



Per ottenere luce polarizzata linearmente si possono usare filtri polarizzatori.



Come avviene la polarizzazione? Si assegna alla lamina una direzione di polarizzazione, ottenuta in sede di fabbricazione, lungo la quale le componenti del campo elettrico non vengono assorbite:

Le componenti dei vettori del campo elettrico parallele alla direzione di polarizzazione vengono trasmesse attraverso la lamina polarizzante. Le componenti perpendicolari alla direzione di polarizzazione vengono assorbite dalla lamina.

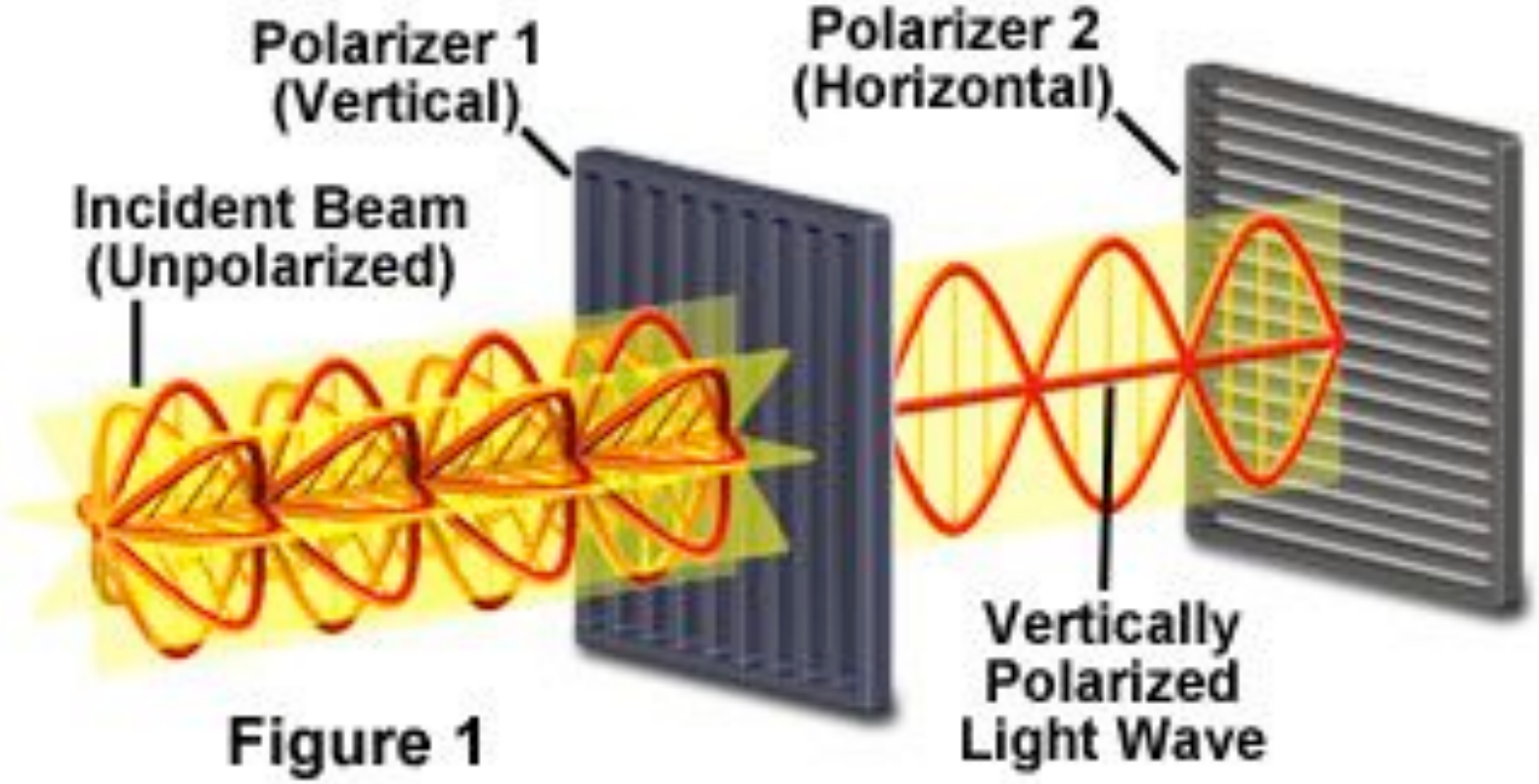
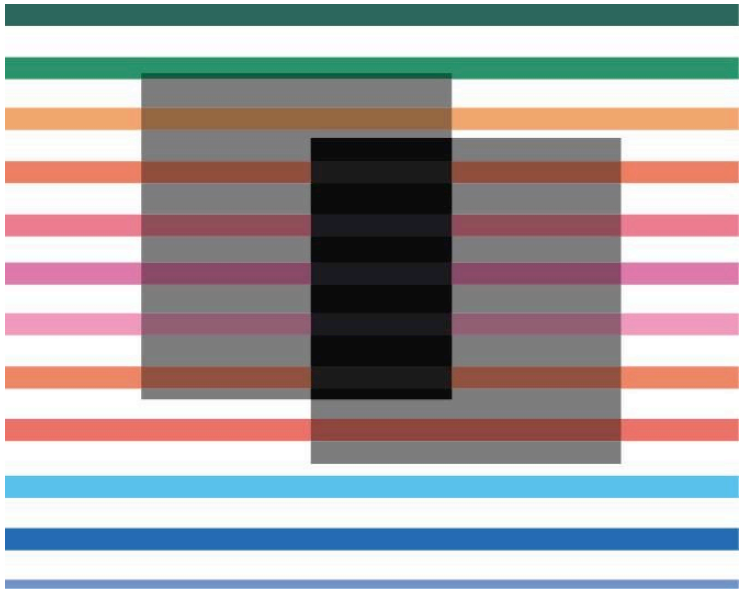

Polarizer 1
(Vertical)
Polarizer 2
(Horizontal)
Incident Beam
(Unpolarized)
Vertically
Polarized
Light Wave

Figure 1

I due filtri polarizzatori lineari hanno gli assi di trasmissione perpendicolari: ciascuno di essi è trasparente alla luce di frequenza, e quindi di colori, diversi, ma la zona in cui essi sono sovrapposti è scura.



In questo modo sullo schermo a cristalli liquidi si ottengono punti chiari e scuri.

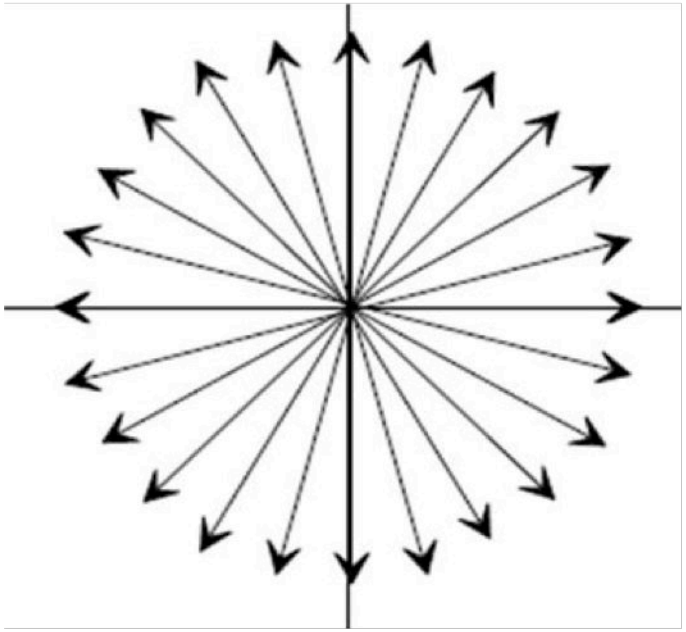
Altra applicazione è nella costruzione degli occhiali da sole.

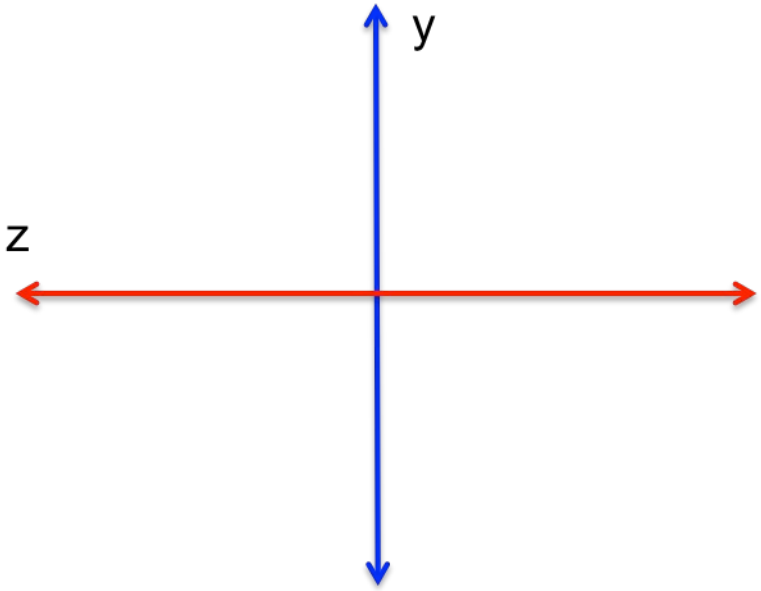
La luce riflessa e quella diffusa dall'atmosfera terrestre risultano parzialmente polarizzate. Pertanto le lenti, provviste di un filtro polarizzatore, riducono il fascio di luce riflesso da qualche superficie, che potrebbe «accecare» un autista.

La legge di Malus

Cosa succede all'intensità della luce trasmessa?

- Caso luce non polarizzata: Un'onda non polarizzata può essere vista come la sovrapposizione di due onde piane polarizzate, l'una perpendicolare all'altra.





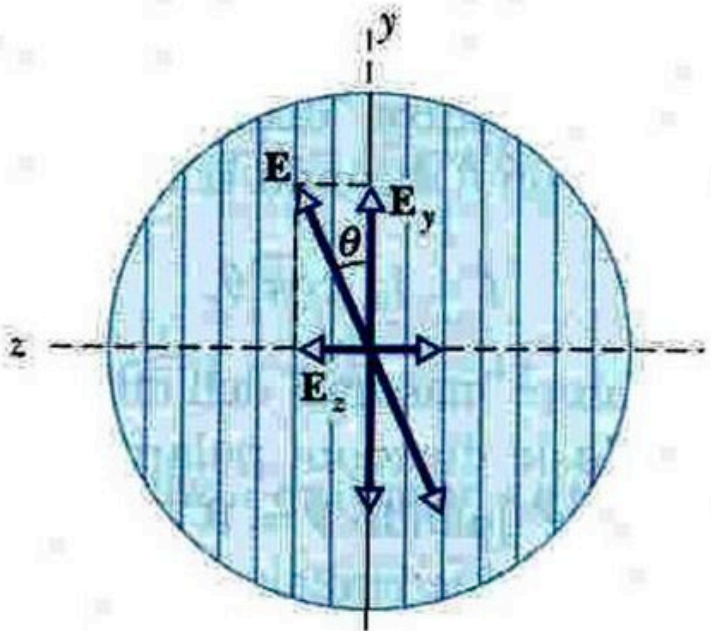
Disponiamo l'asse y parallelo alla direzione di polarizzazione della lamina: le componenti y passeranno, mentre quelle z saranno assorbite. Se in origine la luce non è polarizzata, significa che le onde sono orientate in modo casuale, per cui la somma delle componenti y e la somma di quelle z sono uguali. Pertanto, se le componenti z sono assorbite metà dell'intensità originale I_0 viene perduta. In conclusione, l'intensità che emerge dalla lamina è:

Luce non polarizzata

$$I = \frac{I_0}{2}$$

- Caso luce polarizzata: Il campo elettrico **E** di un fascio di luce polarizzata investe la lamina polarizzante come in figura. La componente $\mathbf{E}_y$ viene trasmessa, mentre la componente $\mathbf{E}_z$ viene assorbita. Pertanto:

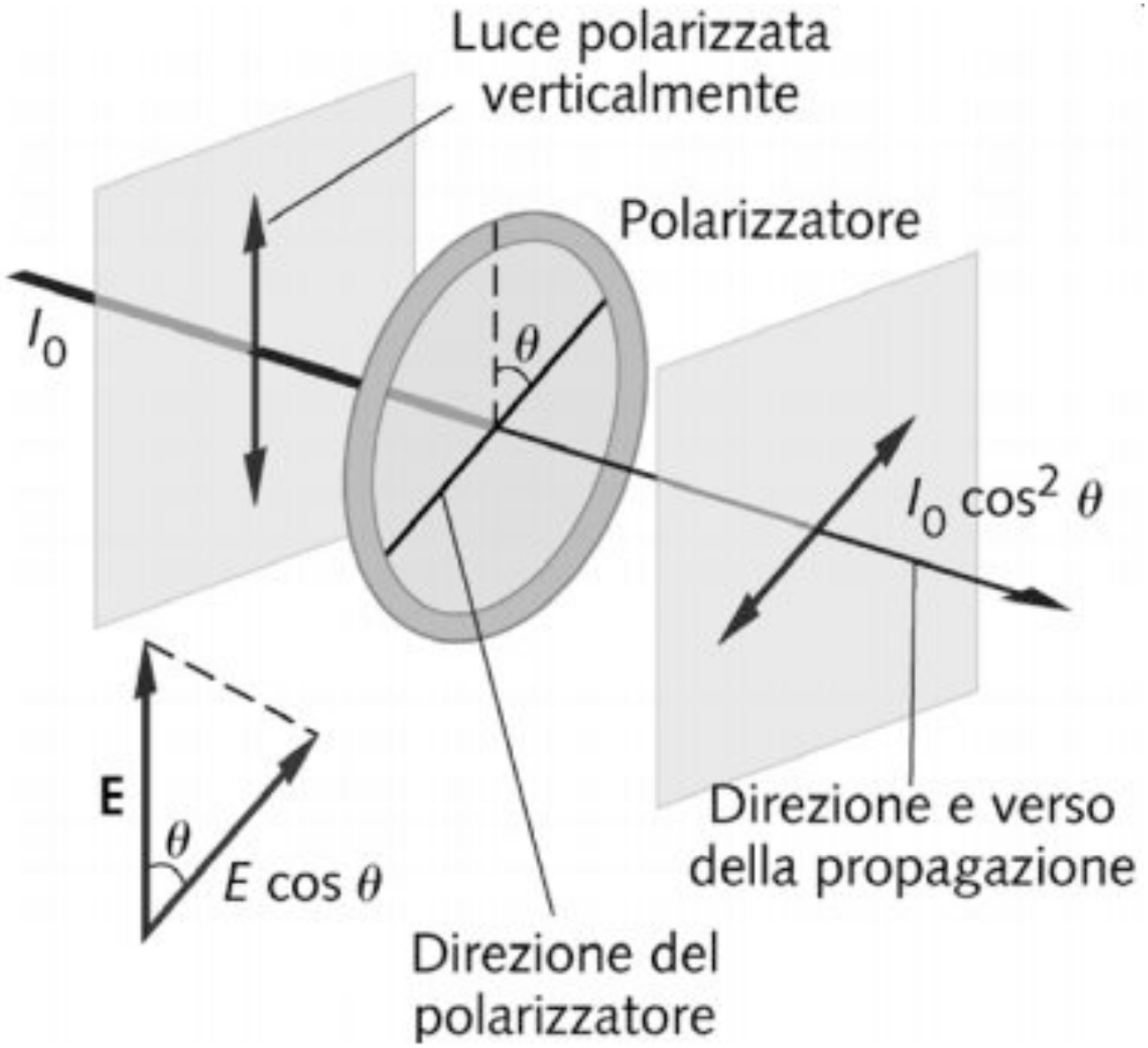
$$E_y = E\cos\theta$$



Poiché l'intensità del campo elettrico è proporzionale al quadrato dell'intensità dell'onda elettromagnetica, si ottiene:

Legge di Malus

$$I = I_0 \cos^2\theta$$


Luce polarizzata
verticalmente
Polarizzatore
I_0
θ
$I_0 \cos^2 \theta$
E
θ
$E \cos \theta$
Direzione e verso
della propagazione
Direzione del
polarizzatore

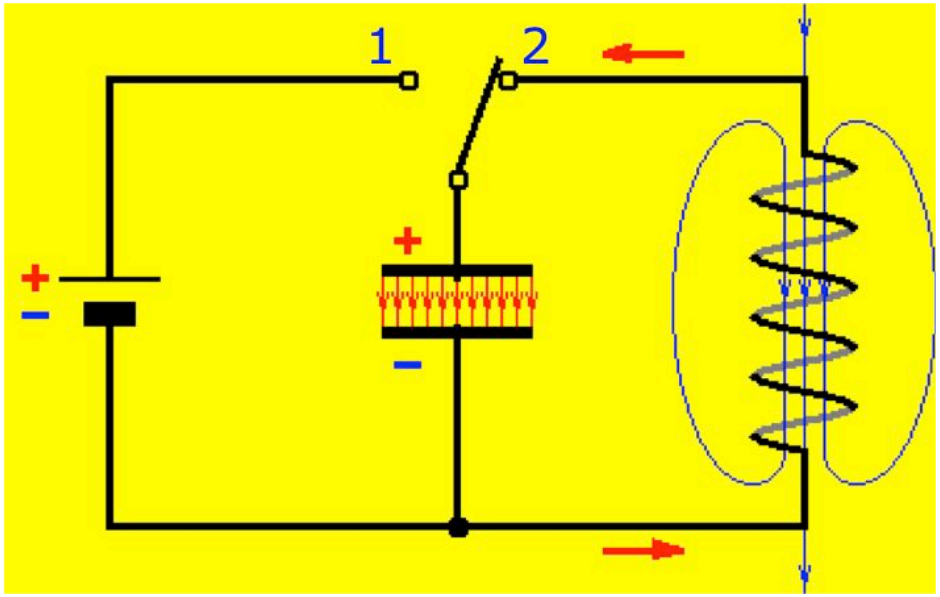
PRODUZIONE E RICEZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE

Affinché il campo elettromagnetico si propaghi a grandi distanze è necessario che i vettori campo **E** e **B** siano sufficientemente intensi.

Dalle equazioni di Maxwell si ricava che per soddisfare questa condizione è necessario:

produrre campi elettrici e magnetici, e quindi correnti, rapidamente variabili .

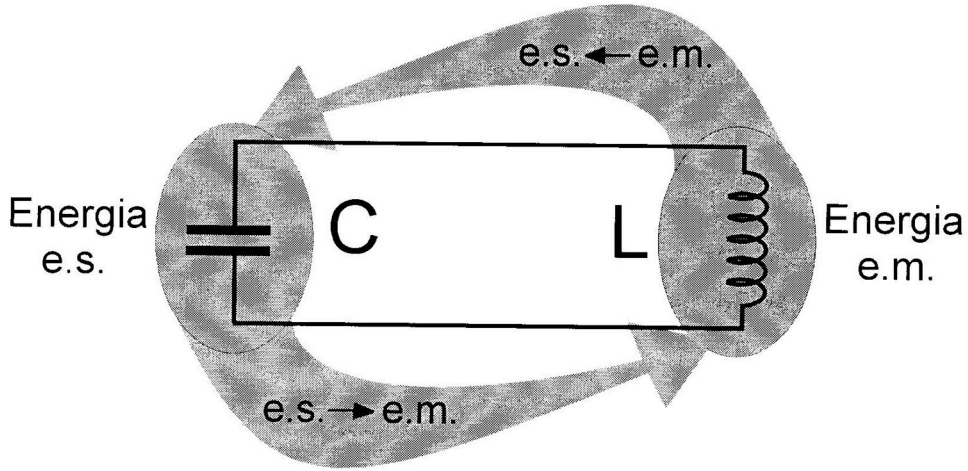
Tali correnti si generano nei circuiti oscillanti, sfruttando la proprietà di immagazzinare energia, caratteristica dei condensatori e degli induttori.

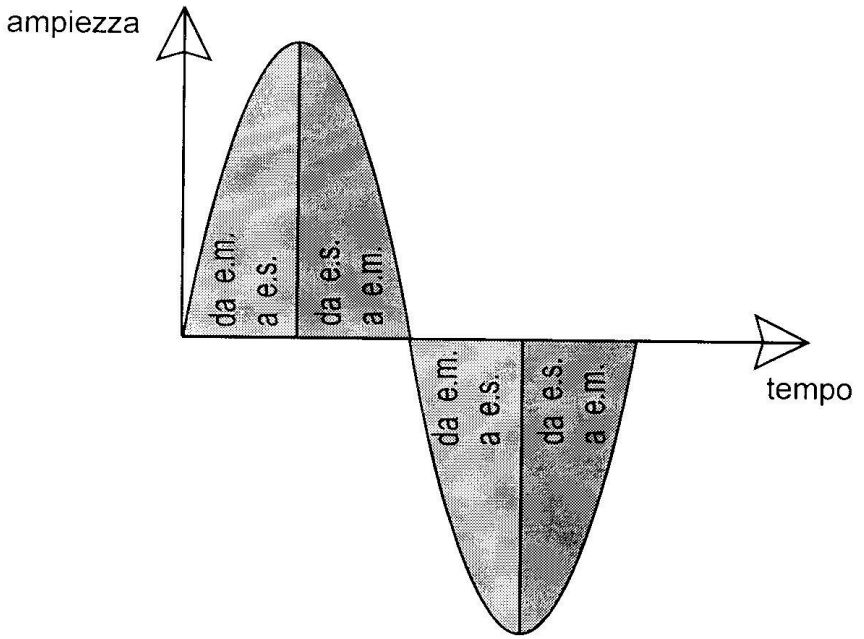


Riprendiamo brevemente il funzionamento di questo circuito, trattato già nel capitolo sull'induzione elettromagnetica.

Nella posizione 1 (generatore incluso), il condensatore si carica accumulando una certa quantità di energia. Nella posizione 2 (generatore escluso), il condensatore comincia a scaricarsi con un processo non istantaneo, in quanto contrastato dalla f_{em} prodotta per autoinduzione nell'induttore.

Pertanto:

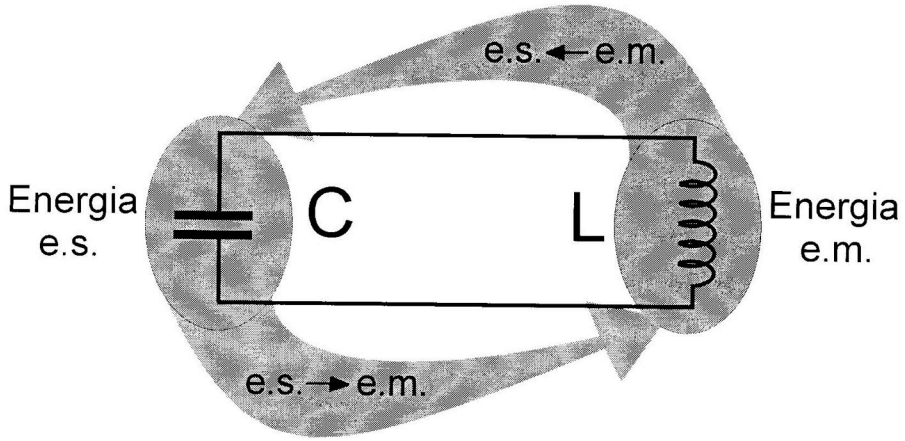


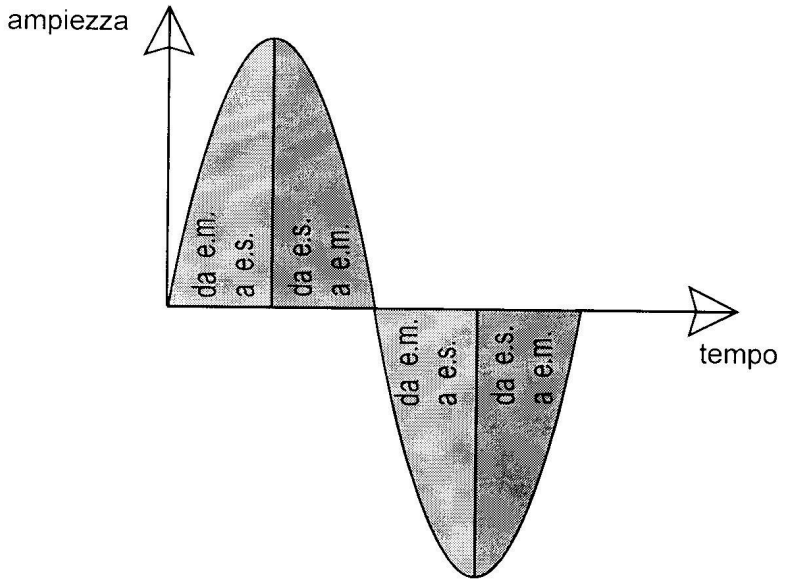


mentre il campo elettrico fra le armature del condensatore tende gradatamente ad annullarsi, si produce intorno alla bobina un campo magnetico di intensità crescente, al quale è trasferita l'energia posseduta inizialmente dal campo elettrico del condensatore. In un circuito ideale (R=0), tutta l'energia elettrica è trasferita al campo magnetico.

A questo punto la corrente, che ha raggiunto l'intensità massima, inizia a diminuire, provocando una f_{em} autoindotta di verso opposto alla precedente.

Pertanto:

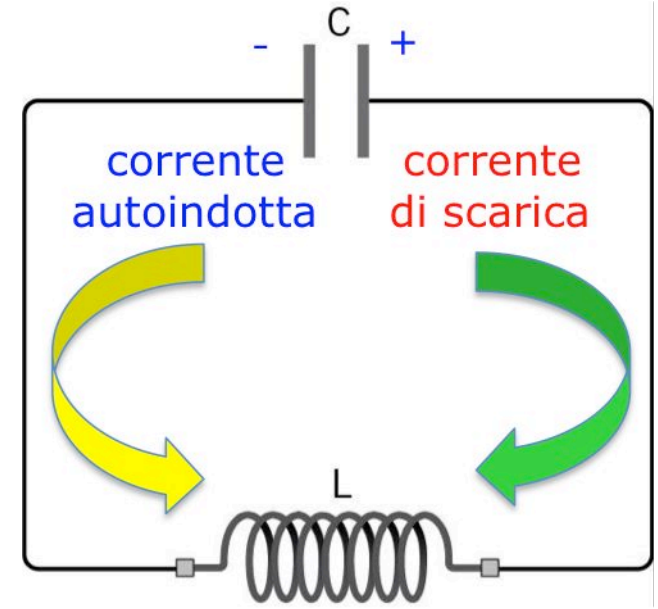


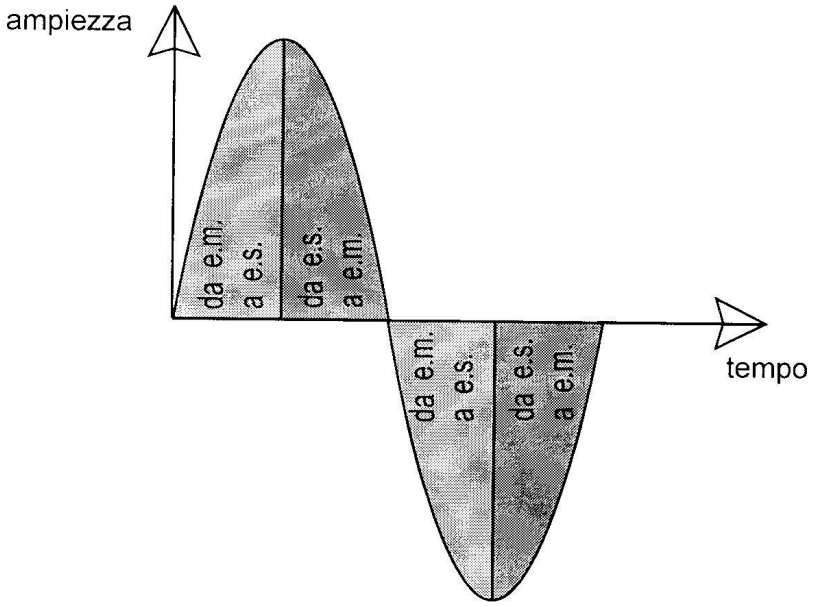


Il condensatore si ricarica e, quando la corrente si annulla, la ddp fra le armature eguaglia quella iniziale, ma con polarità invertita. L'energia in gioco è così restituita al campo elettrico del condensatore.

L'energia si trasferisce dal condensatore all'induttanza, e viceversa, mantenendo invariato il proprio valore complessivo.

Inizia quindi un nuovo processo di scarica, a cui seguono fasi identiche a quelle descritte.



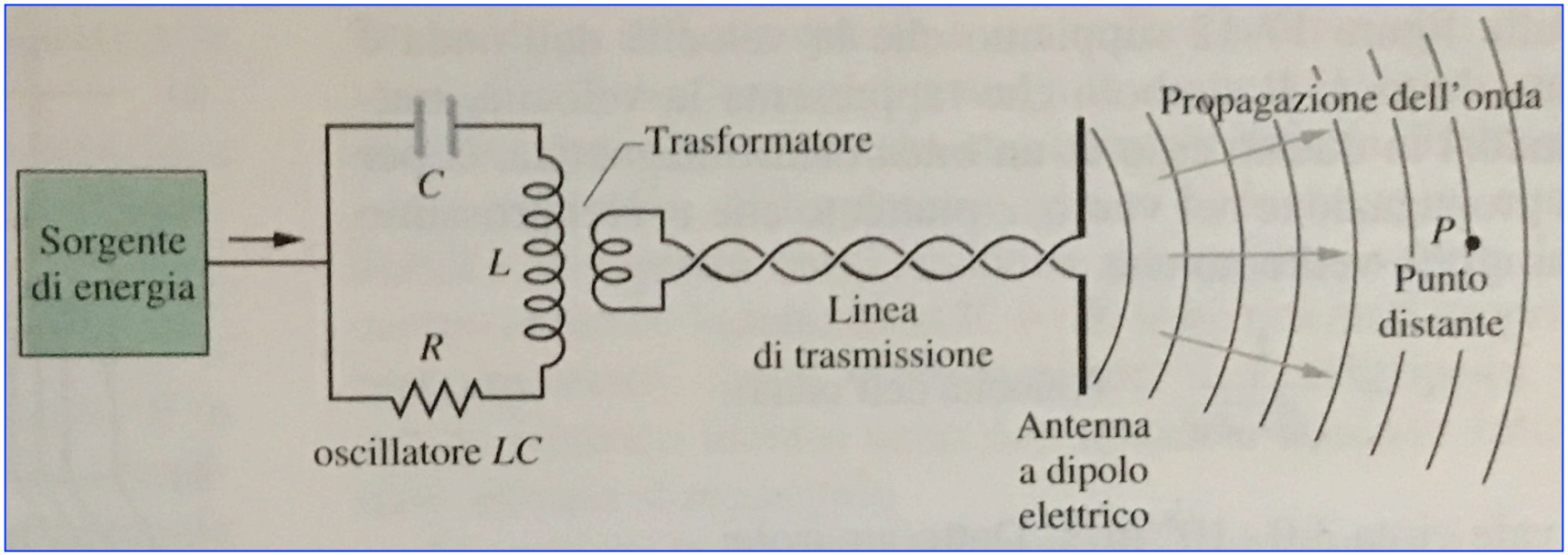


Nel circuito si genera una corrente alternata, ossia una corrente che passa alternativamente nei due versi.

In un simile dispositivo, la corrente che scorre nella bobina e la carica accumulata nel condensatore compiono *oscillazioni libere persistenti* la cui frequenza è:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

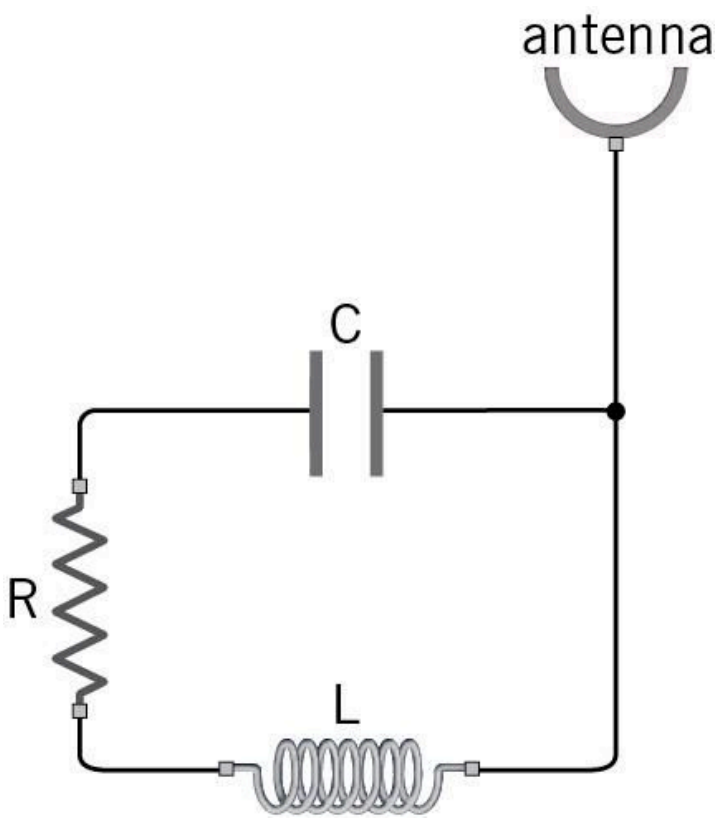
Poiché *L* e C possono variare entro limiti piuttosto estesi, regolando convenientemente la capacità e l'induttanza si possono ottenere oscillazioni, e quindi onde elettromagnetiche, con frequenza variabile entro una larga gamma di valori.



Nel circuito LC si producono le onde elettromagnetiche con una certa frequenza f. Per compensare le perdite per dissipazione termica e l'energia trasportata via dalle onde elettromagnetiche irradiate, si deve prevedere una sorgente esterna di energia.

L'oscillatore LC è accoppiato, tramite un trasformatore e una linea di trasmissione, a una antenna trasmittente che irraggia nello spazio le onde elettromagnetiche.

Un'antenna accoppiata a un circuito oscillante è utilizzata anche per la ricezione delle onde elettromagnetiche.



Se nel punto P sistemiamo una sbarretta di metallo, questa funziona da antenna ricevente.

Infatti, gli elettroni della sbarretta si muovono sotto l'effetto dei due campi e, così, creano una corrente che può essere captata e amplificata da un opportuno dispositivo.

Per estrarre un segnale di una determinata frequenza f (per esempio una data stazione radiofonica) tra tutti quelli che giungono sull'antenna si deve fare ricorso a un **circuito di sintonia**. Il più semplice consiste in un circuito RLC in serie.

Grazie a una capacità C variabile (o a una bobina con induttanza variabile), il circuito ricevente può essere sintonizzato (ossia è in risonanza) su varie frequenze, in modo che la frequenza propria:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

sia uguale a quella dell'onda incidente.

Nelle vecchie radio, girando la manopola di sintonizzazione si modifica la capacità di un condensatore variabile, in modo da entrare in risonanza con una determinata stazione che trasmette a frequenza fissata.

Oggi la sintonia si ottiene in modo completamente digitale, confrontando il segnale da estrarre con quello generato da un oscillatore locale regolato in modo opportuno.

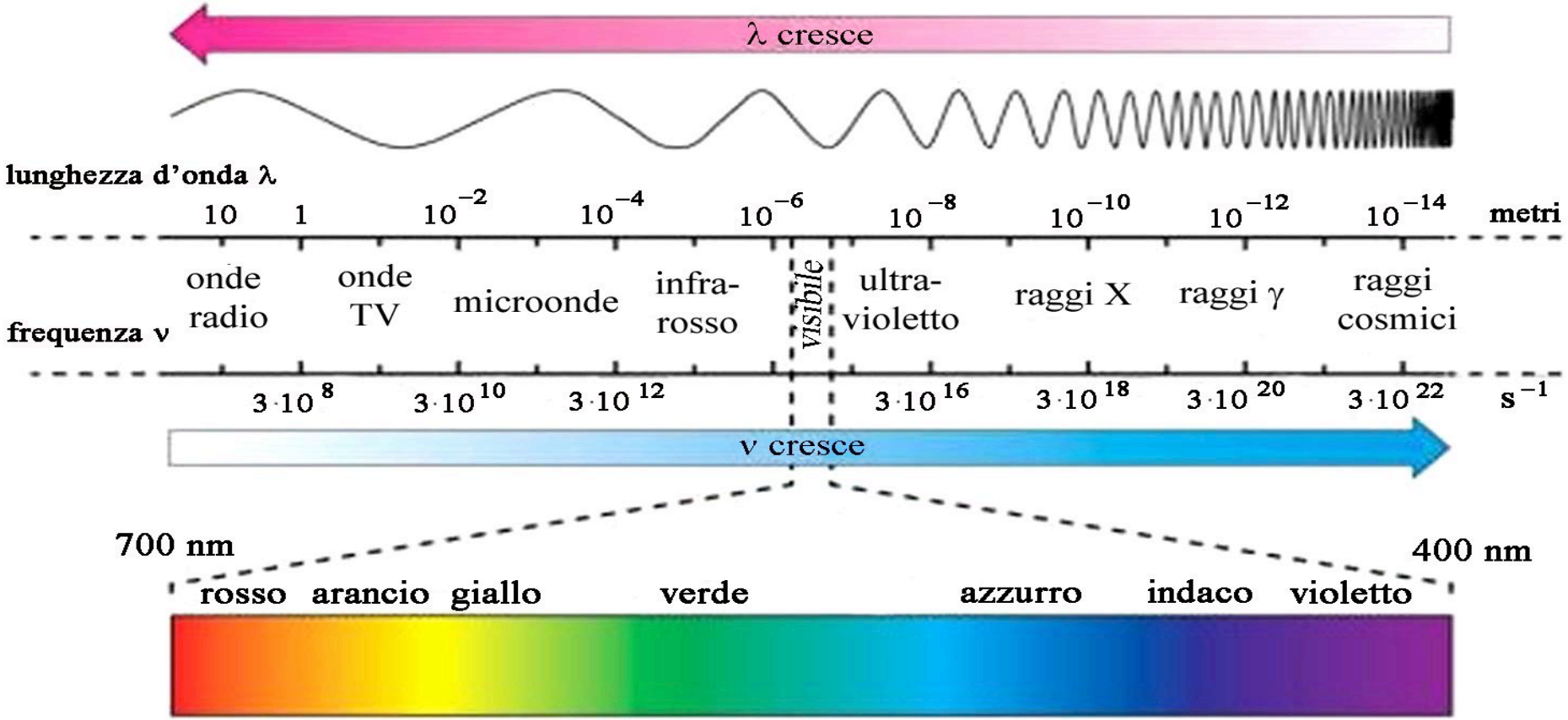
LO SPETTRO ELETTROMAGNETICO

La luce, i raggi X, le onde radio, ecc., sono tutte onde elettromagnetiche, ossia consistono in vibrazioni dei campi elettrico e magnetico che si propagano nello spazio alla velocità della luce c trasportando energia dal punto in cui sono prodotte al punto in cui sono assorbite.

Le onde elettromagnetiche si distinguono per la frequenza (o la lunghezza d'onda).

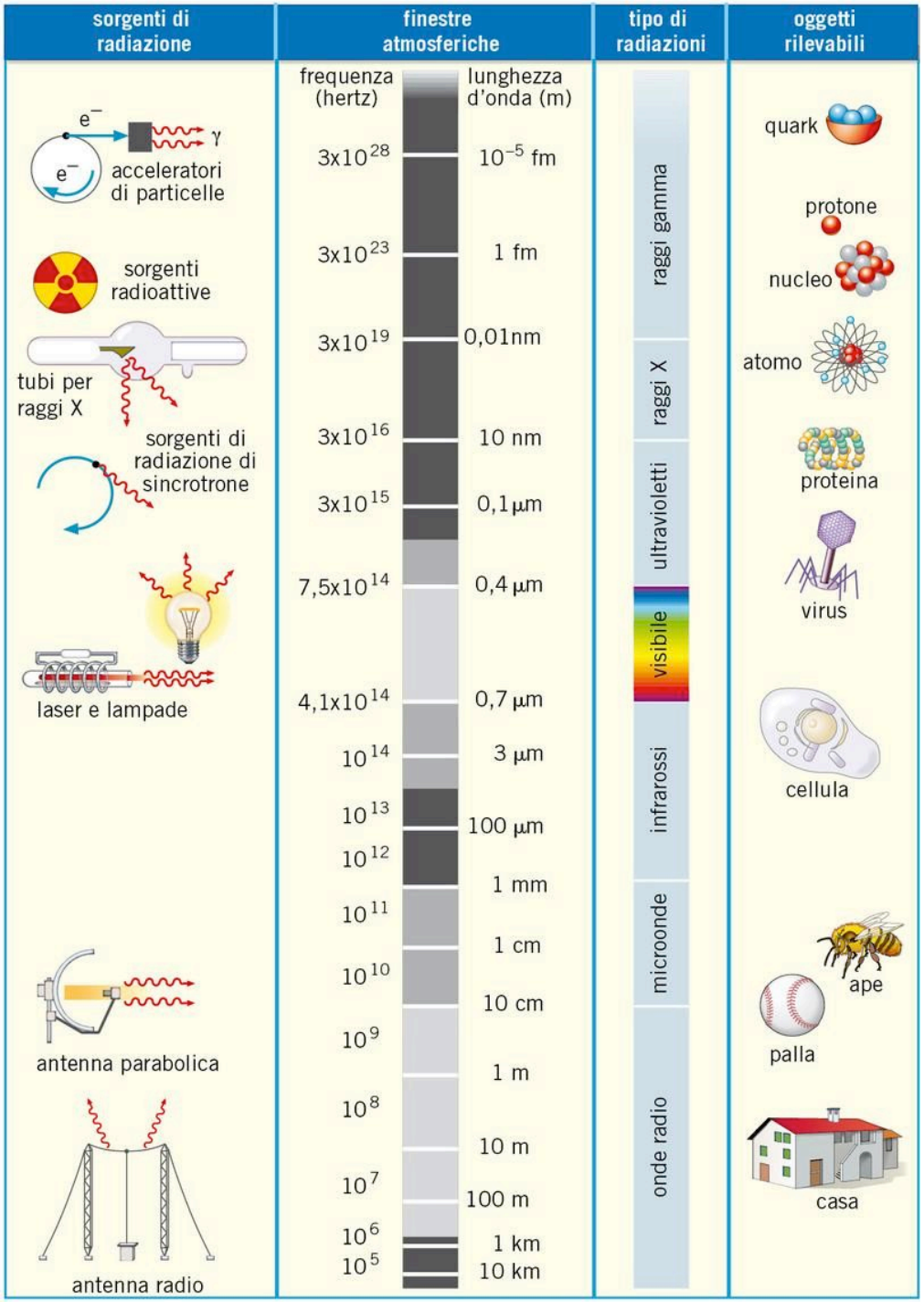
L'insieme delle onde elettromagnetiche costituisce lo spettro elettromagnetico

LO SPETTRO ELETTROMAGNETICO

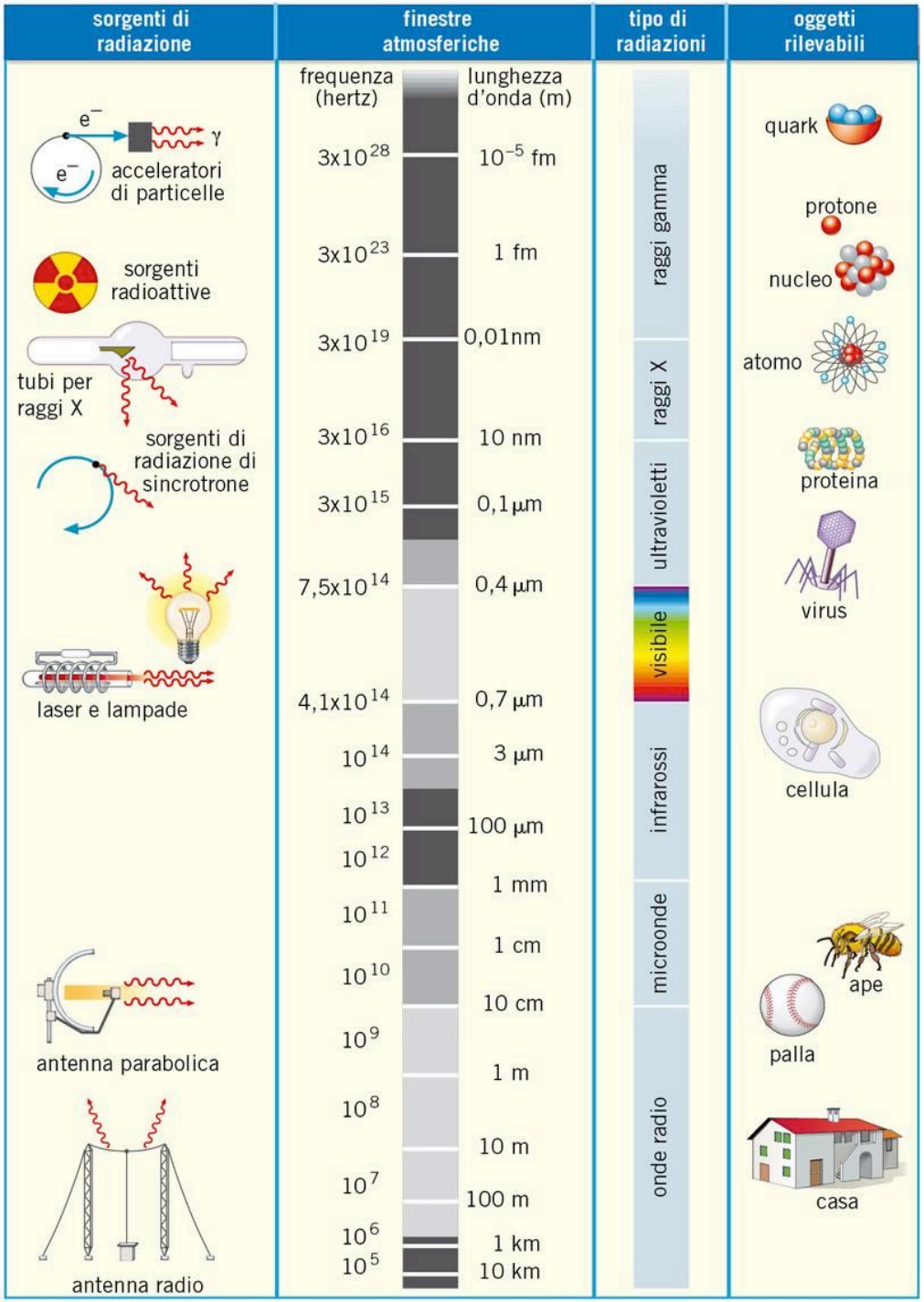


$$E_{fotone} = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

Caratteristiche principali dello spettro elettromagnetico



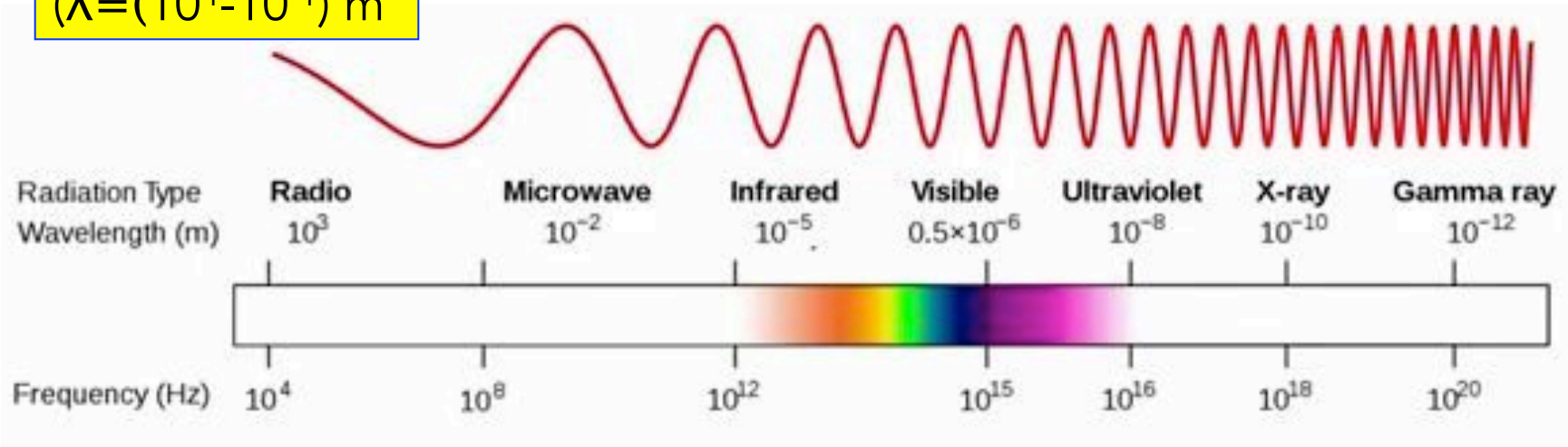
La colonna delle finestre atmosferiche indica quali radiazioni sono assorbite dall'atmosfera (striscia scura), e quali passano (striscia chiara).



Nella colonna degli oggetti rilevabili ci sono quelli (ossia quali dimensioni) che possono essere osservati con la parte dello spettro elettromagnetico indicata a lato (e con tutte quelle di lunghezza d'onda inferiore).

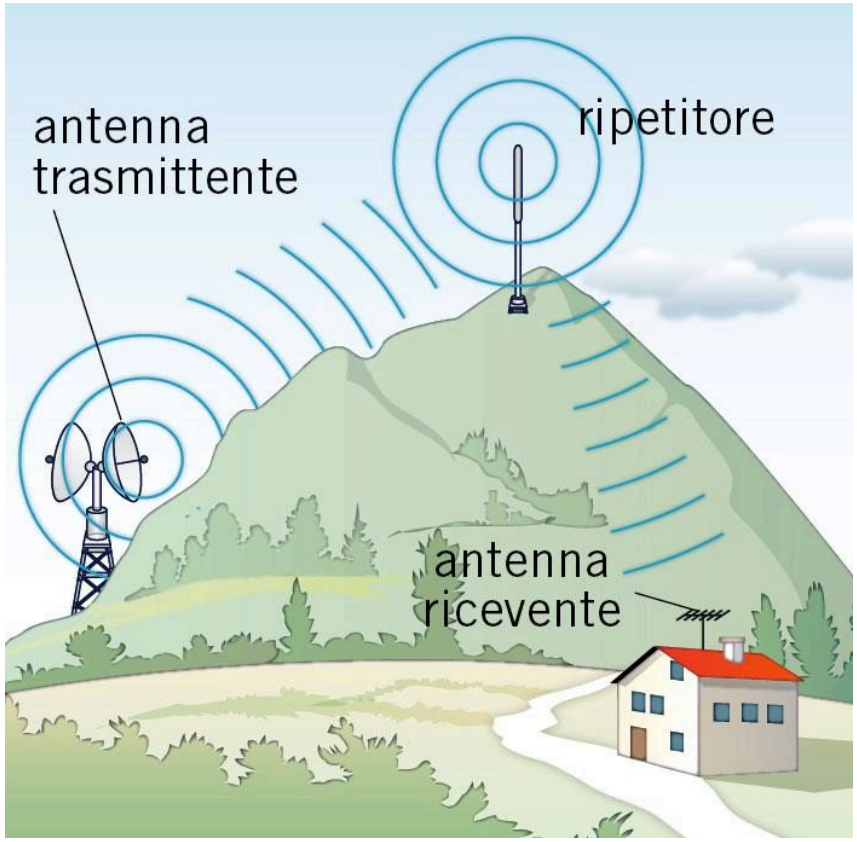
ONDE RADIO

($\lambda=(10^{4}\text{-}10^{-1})$ m



Le onde radio sono generate da dispositivi elettronici e antenne che hanno dimensioni macroscopiche

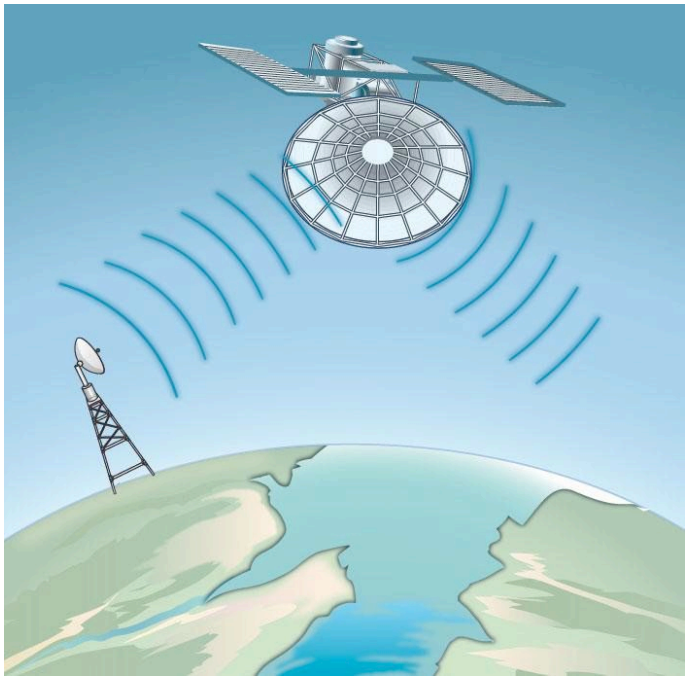
Per le trasmissioni radio e televisive si utilizzano diverse onde elettromagnetiche a seconda delle differenti esigenze.

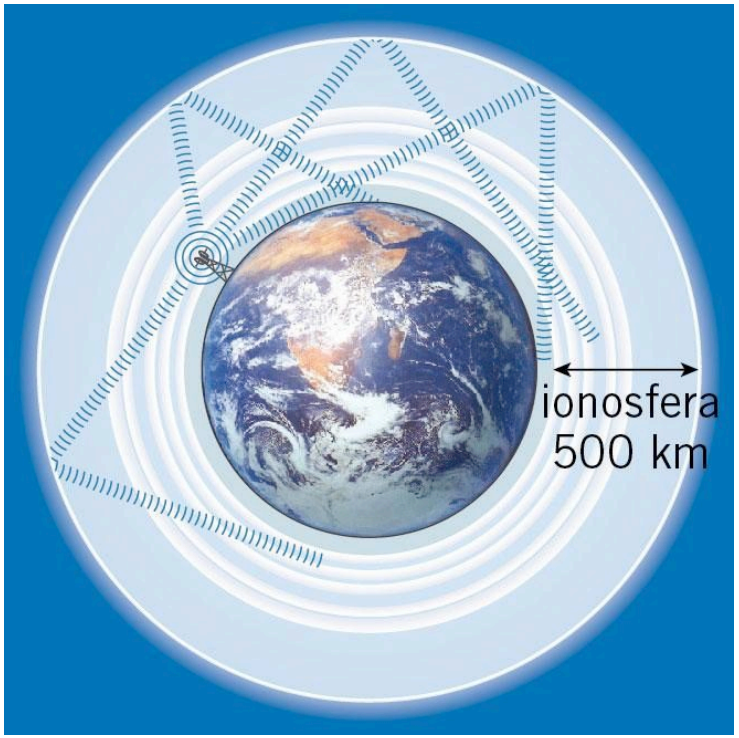


A causa della diffrazione, le onde radio aggirano facilmente ostacoli di piccole dimensioni, mentre vengono bloccate dalle montagne, che creano così delle zone d'ombra.

Pertanto, per far arrivare dovunque il segnale e anche per rinforzare la potenza, tra la stazione televisiva e gli utenti vengono installati numerosi ripetitori che irraggiano di nuovo l'onda dopo averla amplificata.

In alternativa, il segnale televisivo è inviato a un satellite in orbita, che lo amplifica e lo rimanda verso Terra.

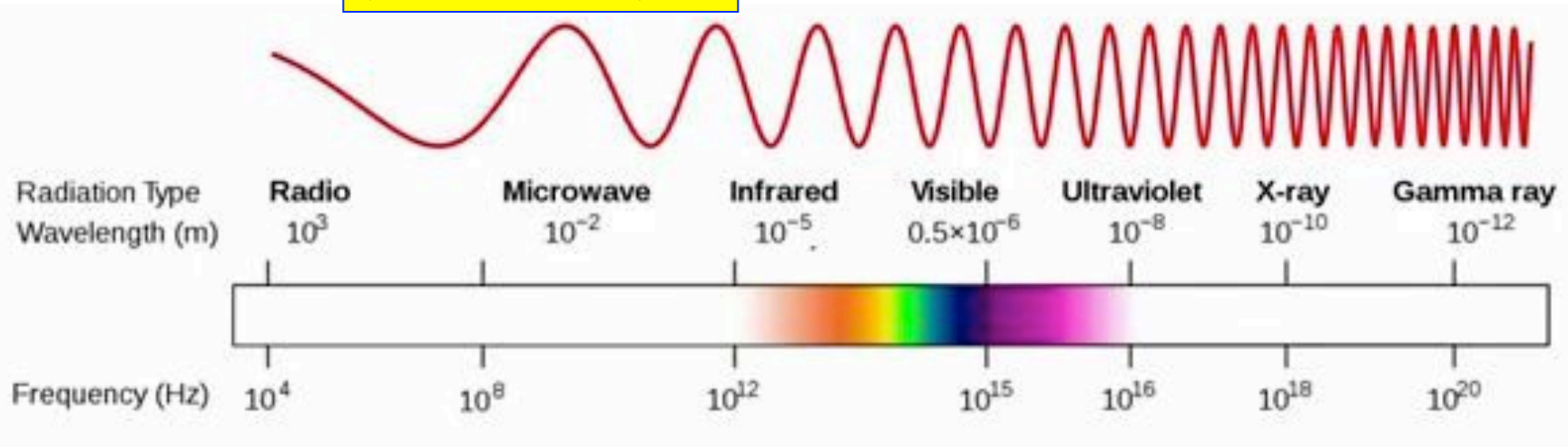




Le onde radio possono essere trasmesse a distanza di migliaia di chilometri grazie alla riflessione che esse subiscono da parte degli strati ionizzati dell’atmosfera.

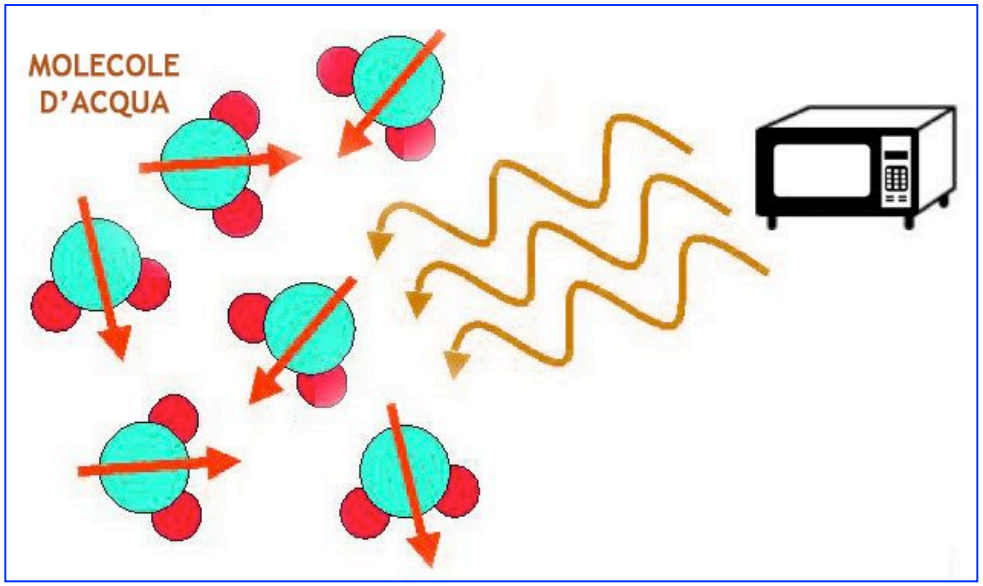
MICROONDE

($\lambda=(10^{-1}-10^{-3})$ m



Sono generate da dispositivi che hanno dimensioni macroscopiche.

Le microonde riescono a bucare la ionosfera, per cui sono impiegate nelle comunicazioni con i satelliti. Altre applicazioni: comunicazioni telefoniche a lunga distanza sulla Terra, radar, forno a microonde, ecc.



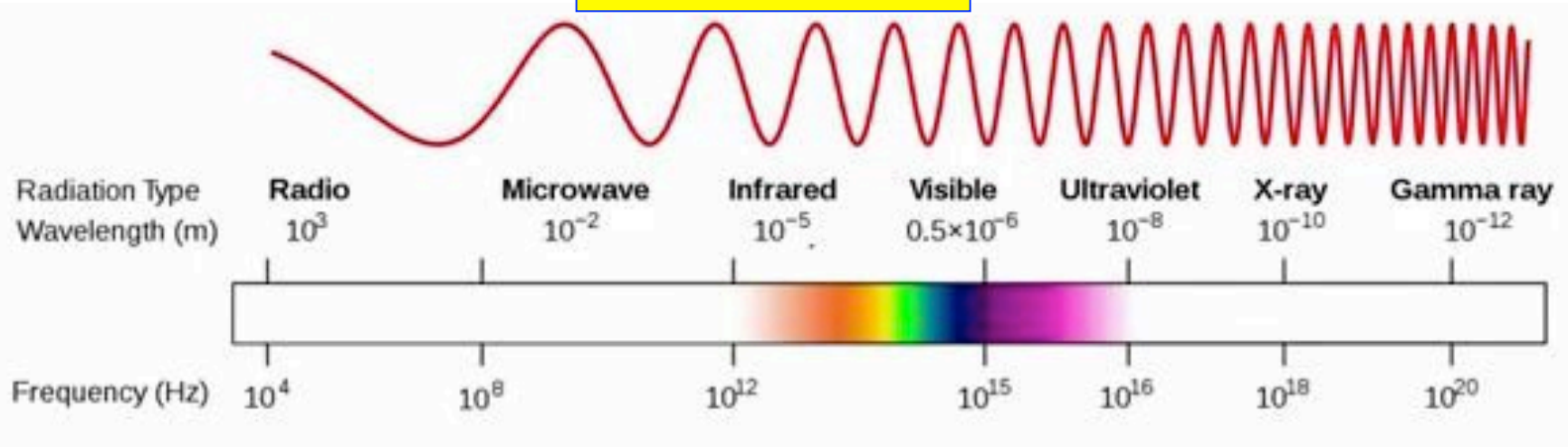
Nei forni a microonde la radiazione elettromagnetica agisce sulle molecole d'acqua contenute nel cibo.

Mentre il campo elettrico della radiazione oscilla, esercita una forza sulle cariche elettriche di queste molecole, che oscillano a loro volta per allinearsi al campo **E**.

Il processo assorbe energia dalle onde elettromagnetiche e la trasferisce al cibo contenuto nel forno, che così si riscalda.

RADIAZIONE INFRAROSSA

(λ=(10^{-3}-10^{-6}) m

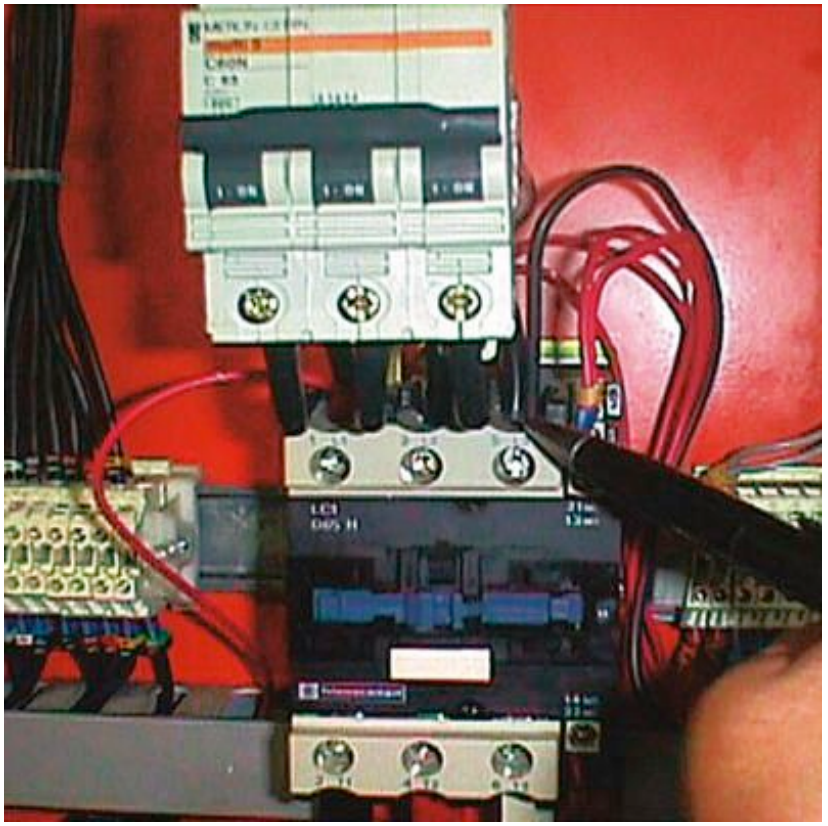


E' generata all'interno degli atomi e molecole.

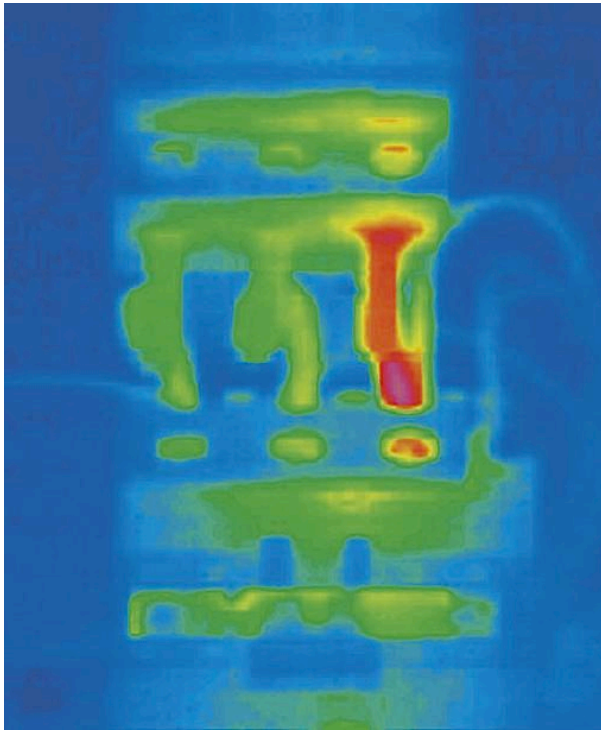
E' emessa dai corpi caldi e quando è assorbita riscalda l'oggetto irraggiato.

Per la loro piccola lunghezza d'onda, i raggi infrarossi vengono utilizzati per fare delle fotografie nell'infrarosso, allo scopo di mettere in evidenza differenti temperature di una stessa zona o oggetto.

Per esempio, una condizione di pericolo che si realizza in un circuito elettrico difettoso può essere riconosciuta, senza aprire il dispositivo, con una fotografia fatta con una pellicola a raggi infrarossi.

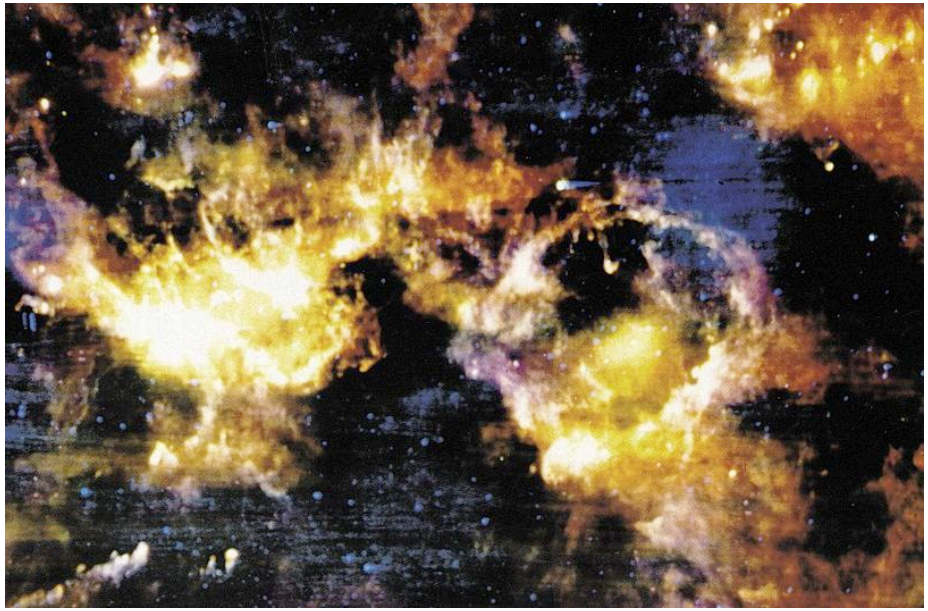


Nella fotografia, le parti in giallo, verde e rosso sono più calde di quelle in blu.



È evidente che un componente elettrico si sta scaldando troppo e deve essere riparato.

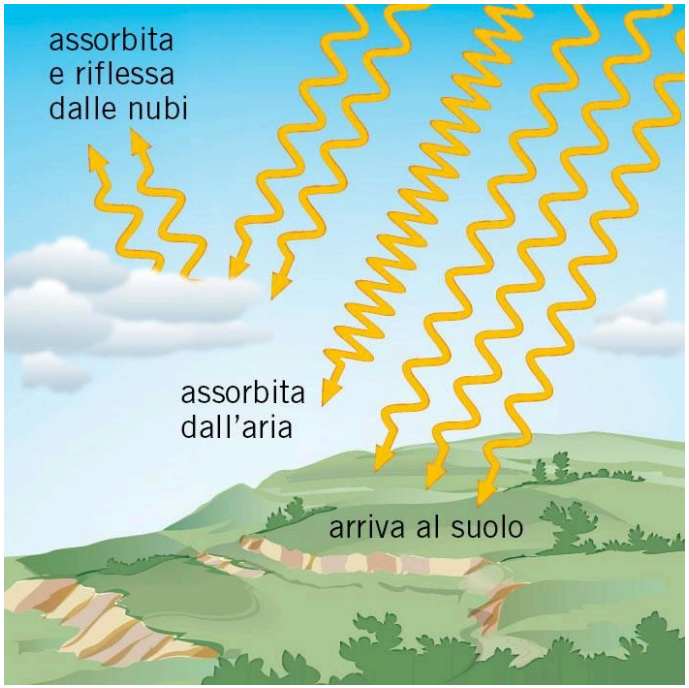
Grazie all'astronomia infrarossa, è possibile rilevare e studiare corpi e oggetti celesti «freddi», come nubi di gas, nane brune, molecole interstellari o pianeti.



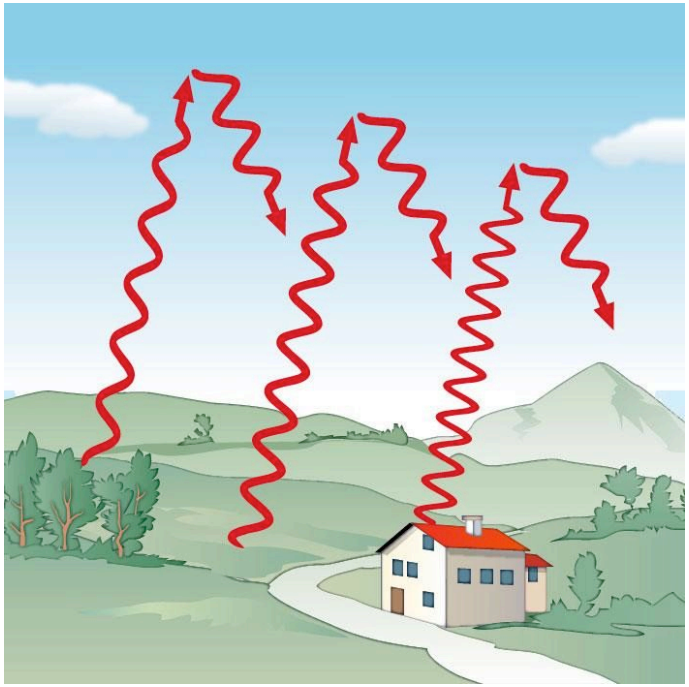
Si può misurare la temperatura corporea grazie a termometri che, inseriti nell'orecchio, analizzano la radiazione infrarossa emessa dal sangue che circola nel timpano.

La radiazione infrarossa riguarda anche l'effetto serra.

Il biossido di carbonio (CO_2) che si trova nell'atmosfera è trasparente alla luce visibile, ma assorbe le radiazioni infrarosse. L'aumento di CO_2, provocato da processi di deforestazione e di combustione, ha l'effetto di innalzare la temperatura, e quindi provocare l'effetto serra.

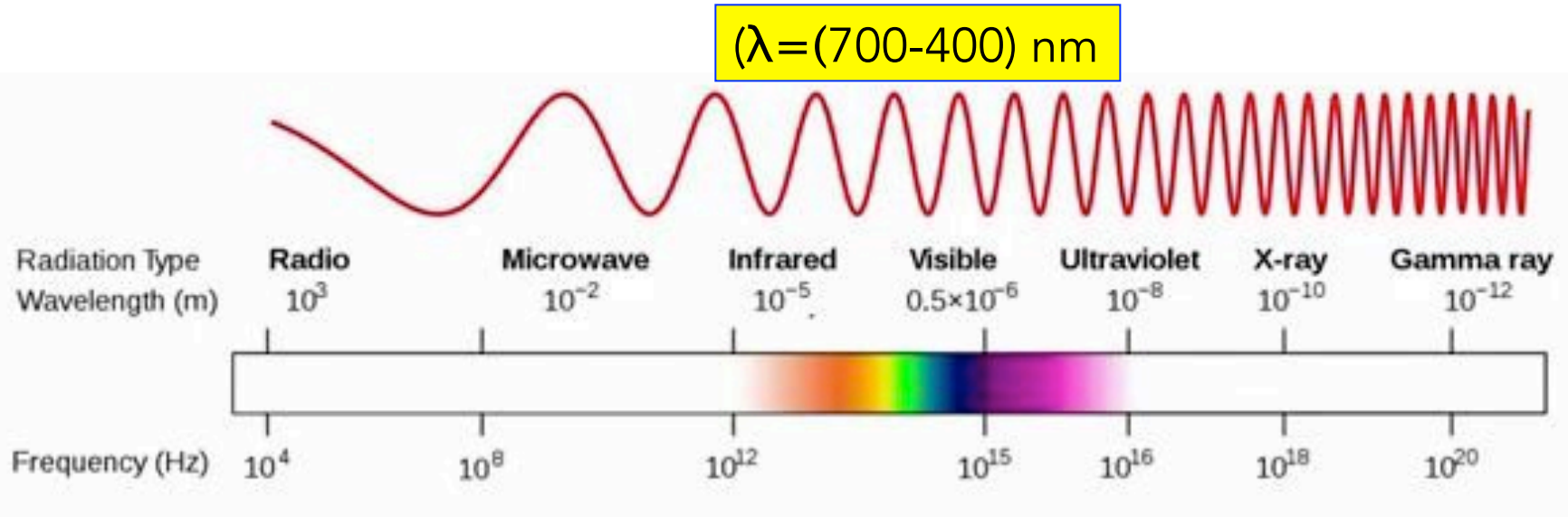


Una parte dell'energia che proviene dal Sole attraversa l'atmosfera e giunge fino al suolo, dove è assorbita. Così il suolo, la vegetazione e tutti gli oggetti si scaldano.



Essi riemettono parte dell'energia sotto forma di radiazione infrarossa. Questa però, non può essere dispersa nello spazio perché è assorbita dalla CO_2 e da altri gas.

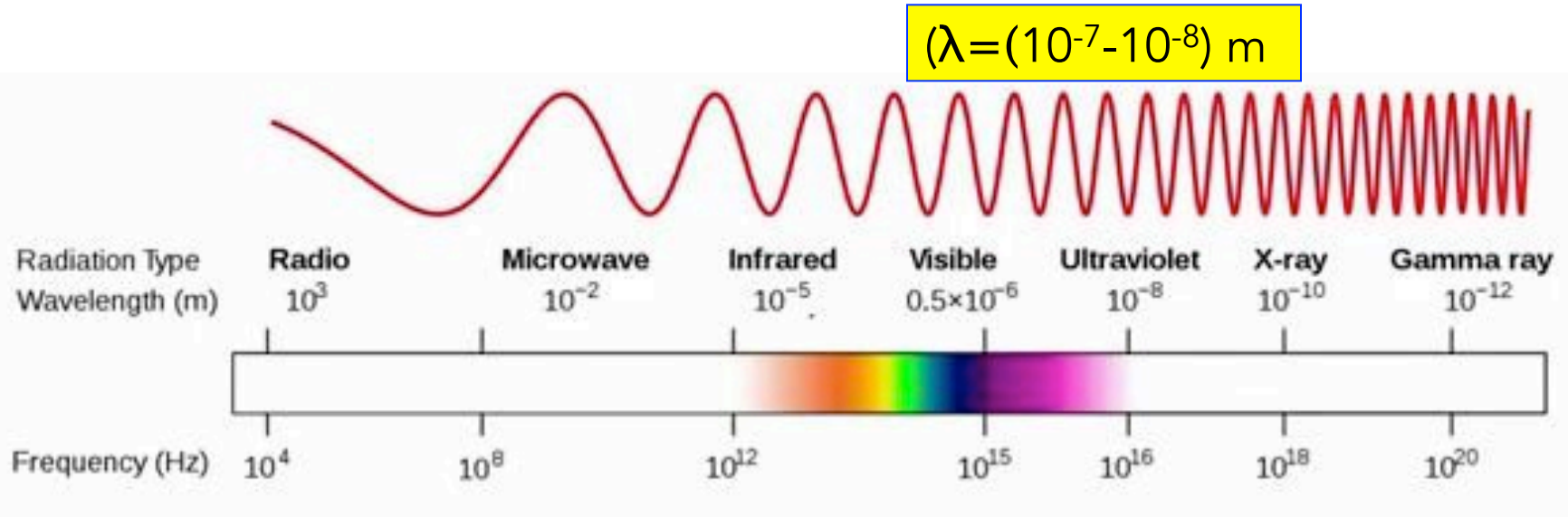
RADIAZIONE VISIBILE



E' costituita dalle onde elettromagnetiche che percepiamo sotto forma di luce.

A ogni lunghezza d'onda (o frequenza) compresa tra i due estremi il nostro cervello associa un colore (dal rosso al violetto). Al di fuori di questo intervallo l'occhio è cieco.

RADIAZIONE ULTRAVIOLETTA



Hanno origine all'interno di atomi e molecole.

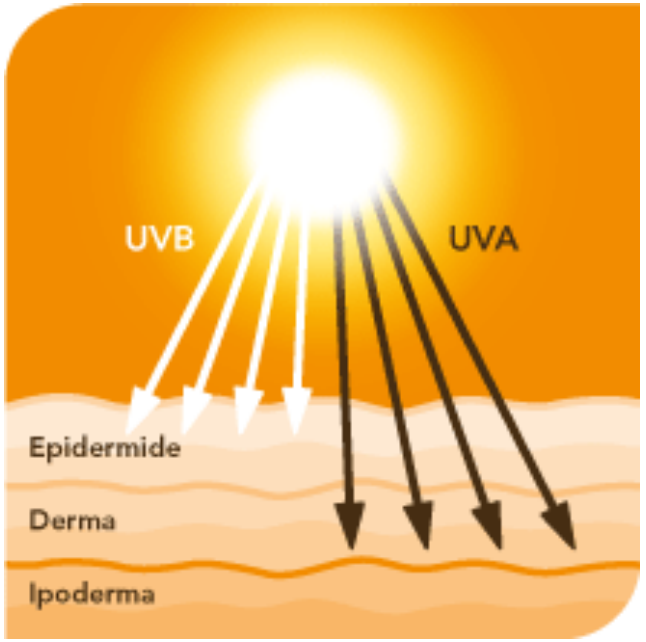
L'astronomia ultravioletta permette di studiare alcune caratteristiche del Sole, l'evoluzione di galassie giovani e molto calde e la temperatura e composizione del mezzo interstellare.

I raggi UV favoriscono diverse reazioni chimiche, come quella nelle quali si forma l'ozono, e la produzione di melanina, il pigmento che dà il colore alla pelle.

È per questo motivo che l'esposizione ai raggi ultravioletti, aumentando la melanina, fa abbronzare.

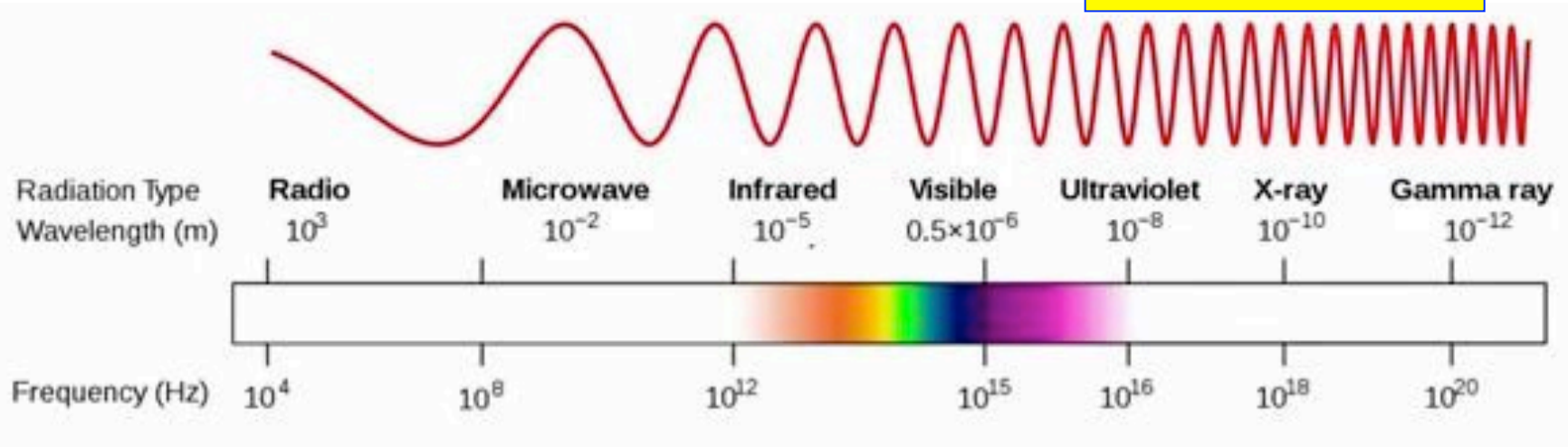
I raggi UV, però, possono essere dannosi per la pelle e per gli occhi.

UV-A (400-315 nm)
UV-B (315-280 nm)
UV-C (280-100 nm).



RAGGI X

(λ=(10^{-8}-10^{-11}) m



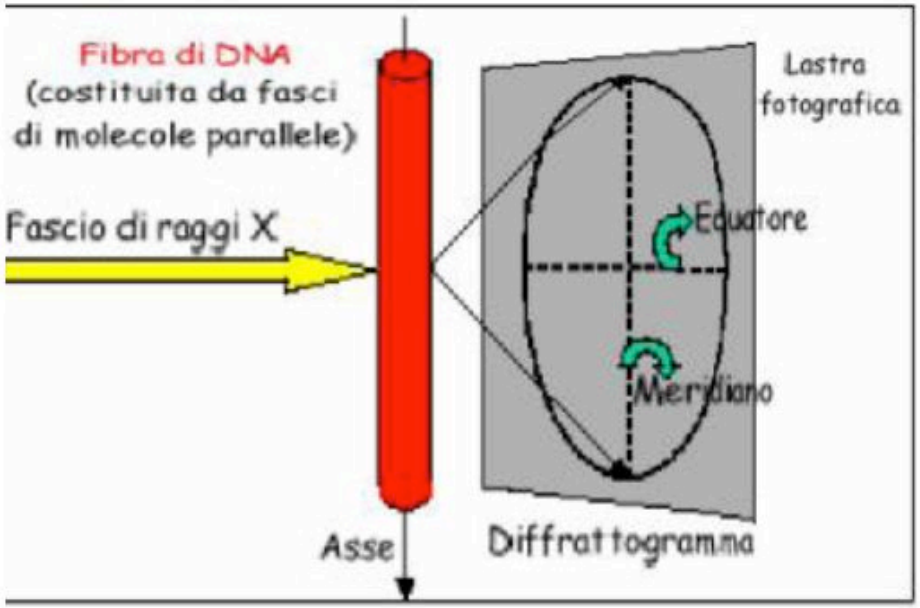
I raggi X hanno origine all'interno degli atomi, e fanno parte delle radiazioni più energetiche.

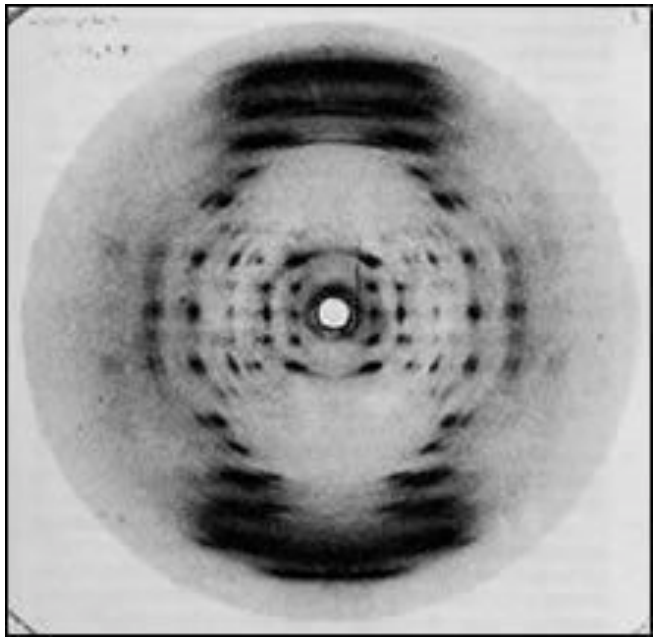
Hanno la proprietà, data la loro piccola lunghezza d'onda, di penetrare all'interno della materia e consentire di mettere in evidenza strutture nascoste.

Quando si fa una radiografia, i raggi X passano attraverso i tessuti molli come se fossero trasparenti, ma sono assorbiti dalle ossa che contengono calcio, cioè atomi con numero atomico Z elevato, con cui i raggi X interagiscono maggiormente.

Soltanto i raggi che attraversano il corpo impressionano una lastra fotografica, sulla quale appare per contrasto l'ombra che corrisponde alla struttura delle ossa.

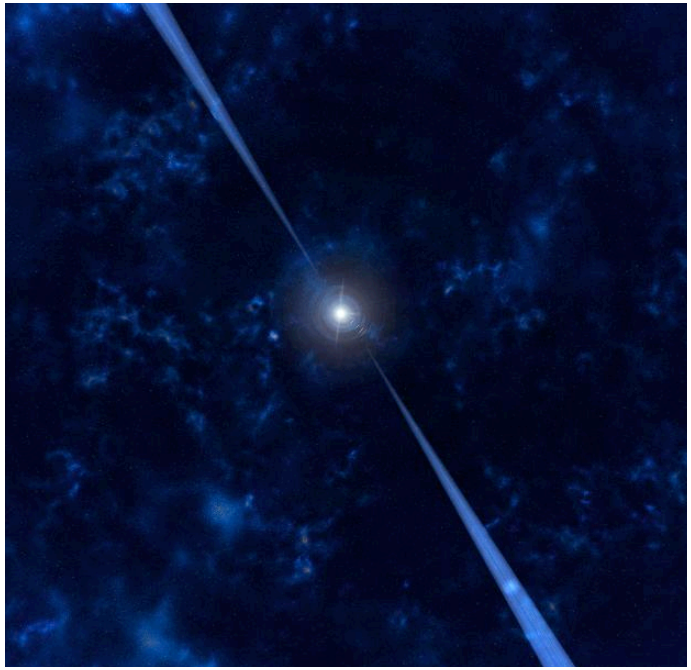
Nel 1953 il fisico Crick e il biologo Watson hanno usato immagini ottenute con l'interferenza di raggi X per scoprire la struttura a doppia elica del DNA, la molecola di acido desossiribonucleico che contiene l'informazione genetica.

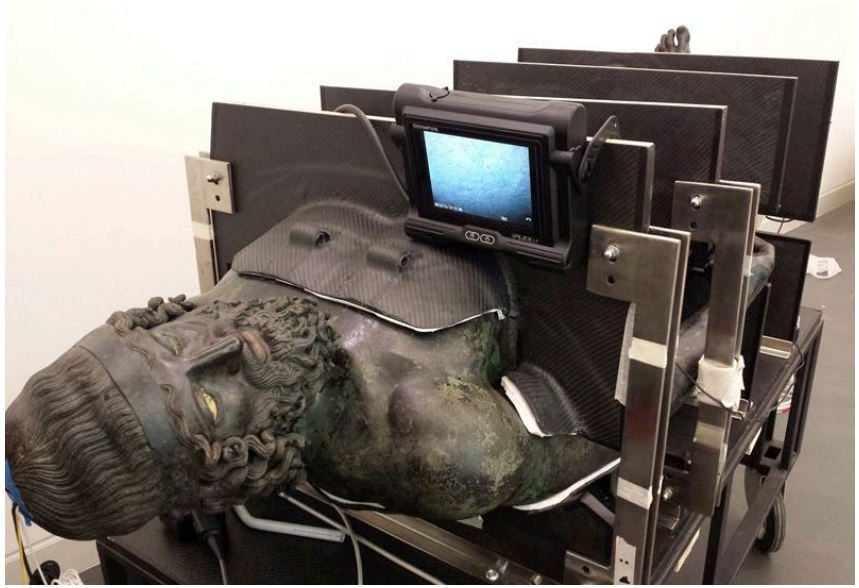




I raggi X sono usati anche:

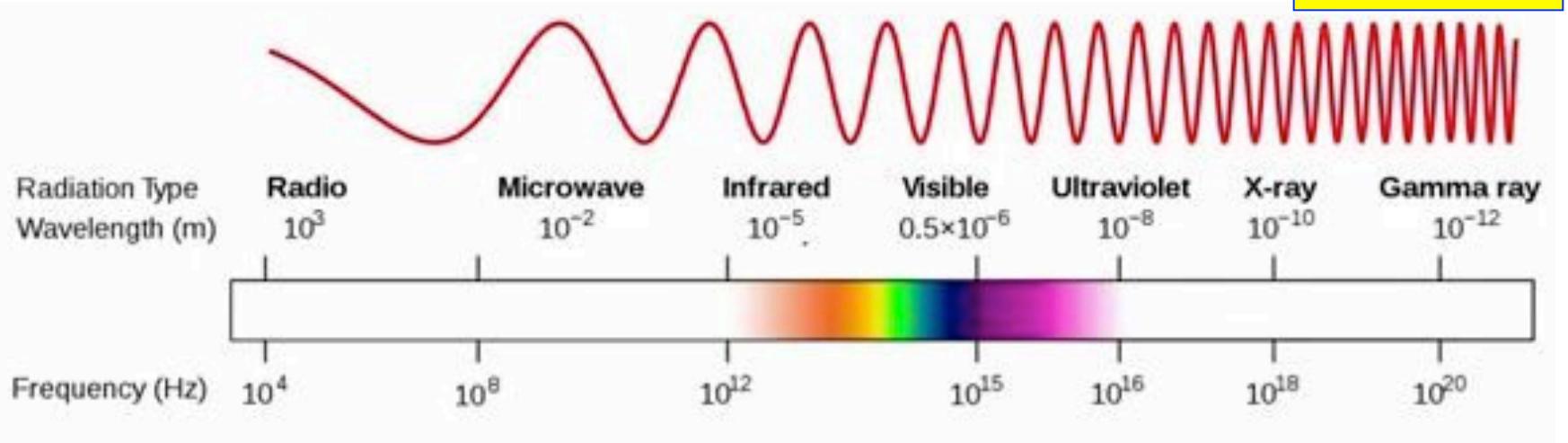
- nell'analisi della struttura dei materiali;
- in Astronomia (studio di Pulsar, supernovae, buchi neri, ecc.);
- diagnostica delle opere d’arte (analisi non invasiva delle strutture interne di manufatti, dipinti sottostanti, stratigrafie pittoriche, ecc.)





RAGGI GAMMA

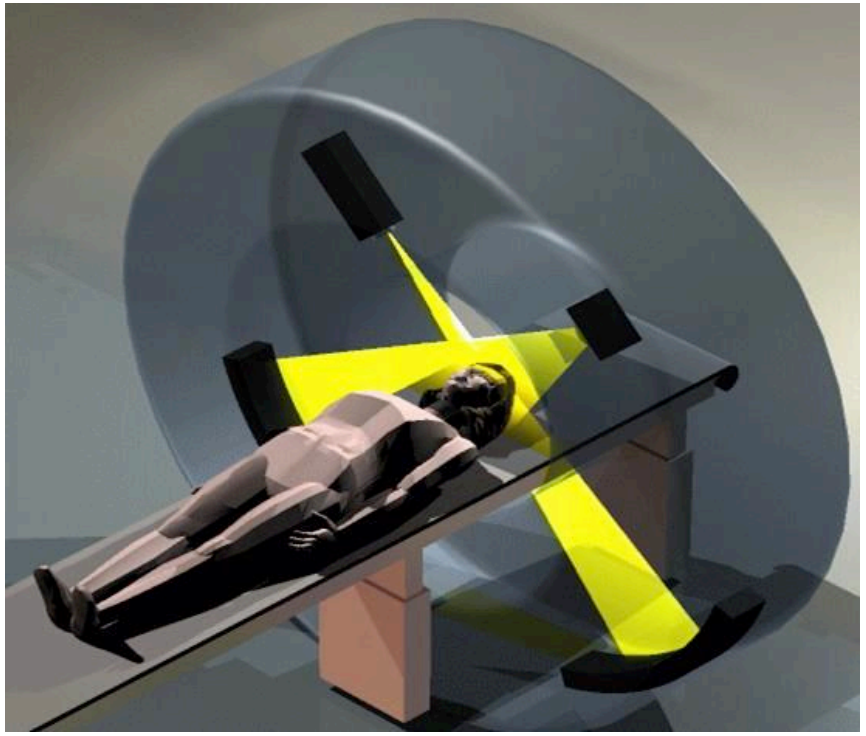
($\lambda < 10^{-12}$ m



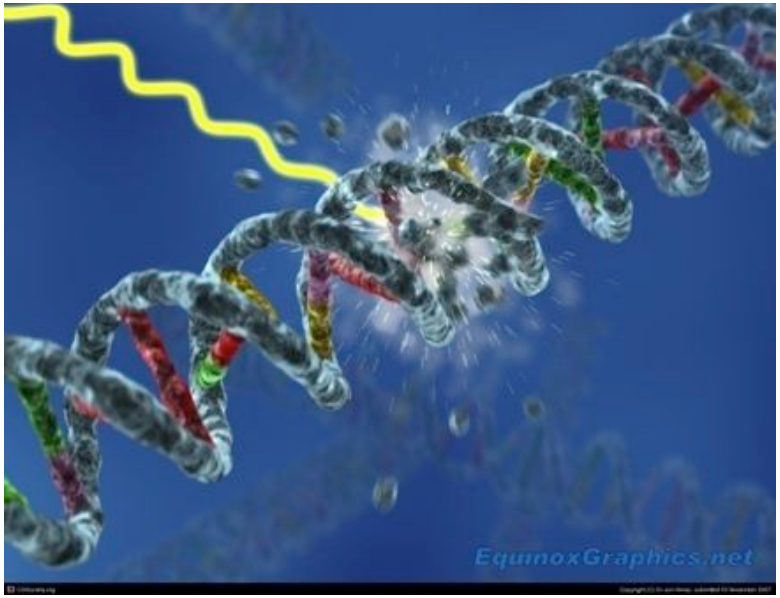
I raggi gamma sono le radiazioni più energetiche. Hanno un potere molto penetrante, per cui ci vogliono alcuni metri di cemento per assorbirli.

Sono emessi naturalmente dai nuclei atomici radioattivi e accompagnano le trasformazioni radioattive e le reazioni nucleari.

I raggi gamma artificiali (prodotti negli acceleratori di particelle) vengono utilizzati per la radioterapia dei tumori, per la sterilizzazione degli strumenti e dei rifiuti ospedalieri infetti.

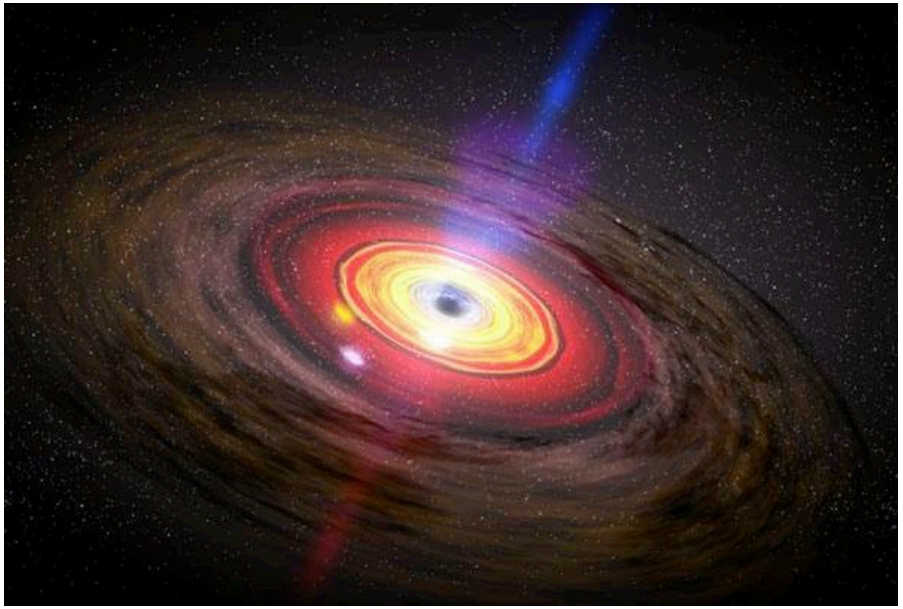


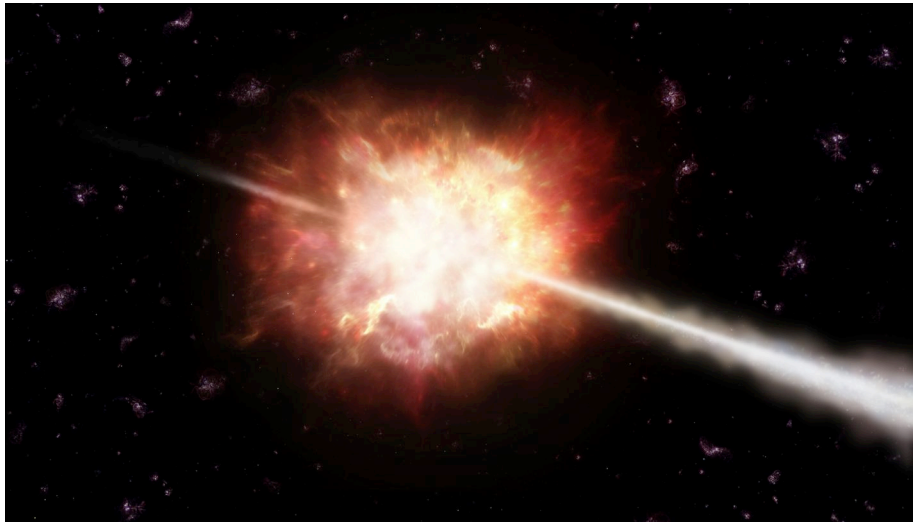
I raggi gamma hanno una grande capacità di ionizzare gli atomi e possono essere pericolosi per gli esseri viventi.



I raggi gamma sono usati anche:

- in Astronomia: studio emissioni gamma nell'universo prodotte da materia che cade in un buco nero…





- …o esplosioni di supernova.

ONDE ELETTROMAGNETICHE E COMUNICAZIONE

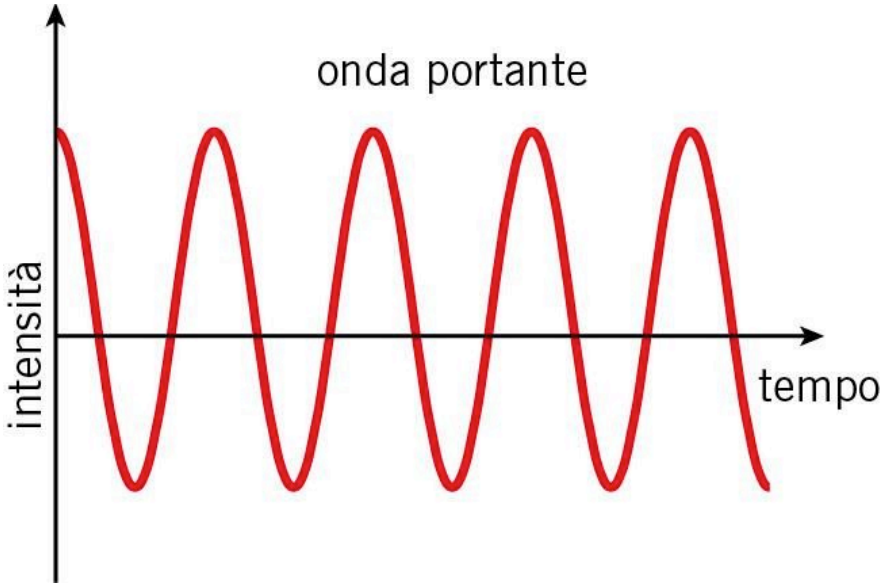
Le trasmissioni radio, televisive e telefoniche sono tutte veicolate da onde elettromagnetiche.

LA RADIO

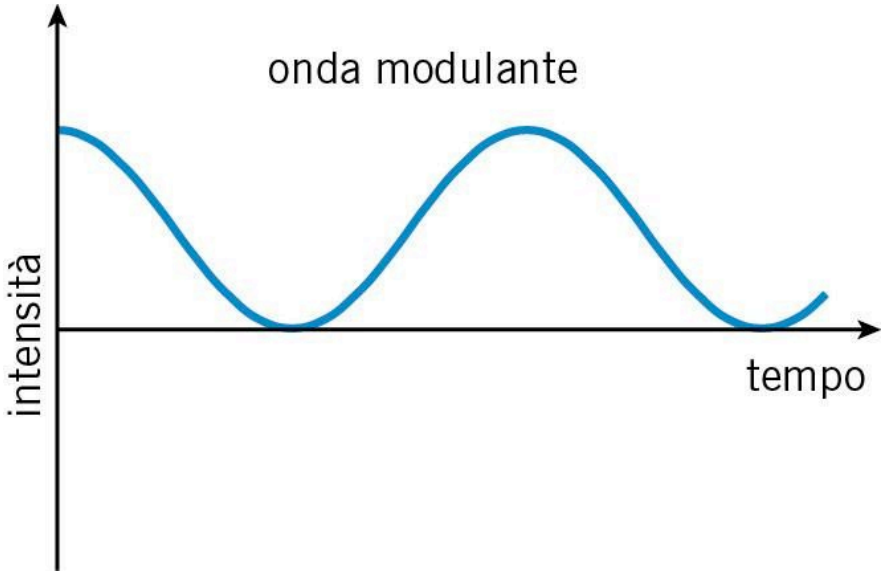
Il segnale radio può essere trasmesso attraverso due tecniche di trasmissione:

- Modulazione di ampiezza
- Modulazione di frequenza

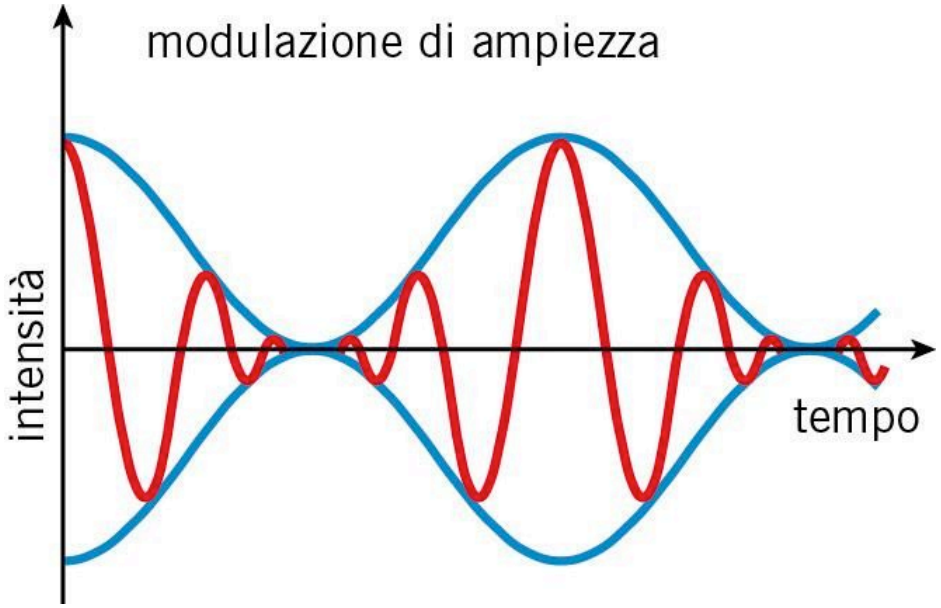
Nella **modulazione di ampiezza** si genera un'onda radio che è ottenuta miscelando in modo opportuno due onde generatrici: l'onda portante e l'onda modulante.



L'**onda portante** è un'onda periodica che ha la frequenza caratteristica della stazione che emette il segnale.

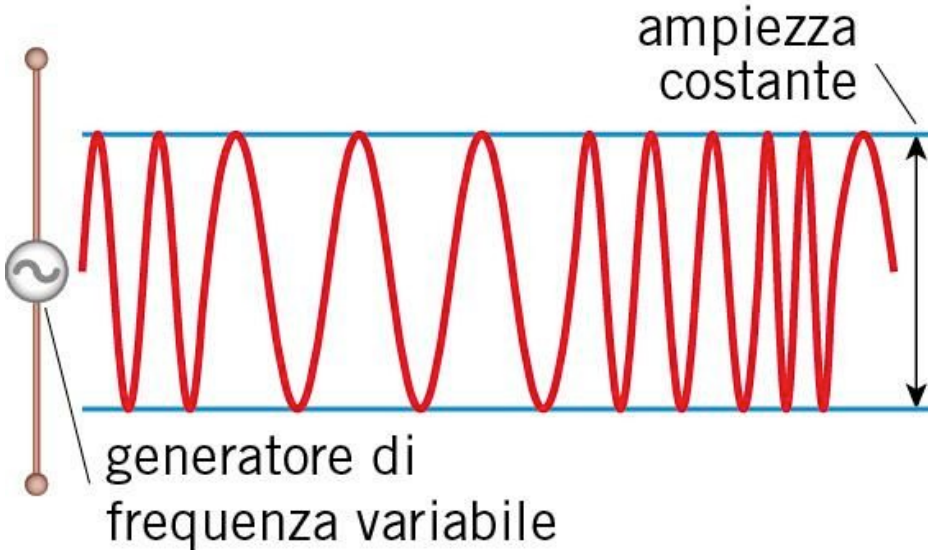


L'**onda modulante** ha i contenuti sonori da trasmettere, per esempio la frequenza di una nota in un brano musicale.



L'**onda radio** emessa dalla stazione ha la frequenza della portante, mentre l'ampiezza segue la forma della modulante.

L'apparecchio radio che riceve il segnale si sintonizza sulla frequenza della portante e un apposito circuito estrae dall'onda radio le informazioni date dall'onda modulante e le invia all'altoparlante affinché siano tradotte di nuovo in sonoro.



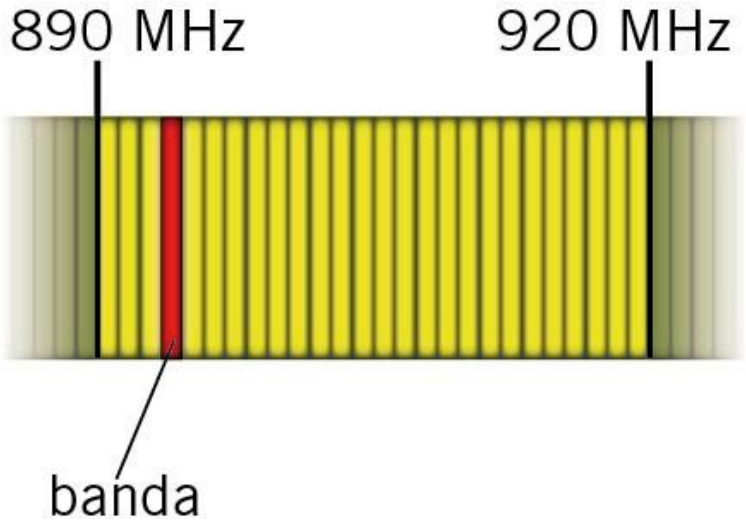
Nella **modulazione di frequenza** l'ampiezza dell'onda radio rimane costante, mentre la sua frequenza varia (attorno a un valore dato) in un modo che dipende dal segnale che si vuole trasmettere.

La modulazione di frequenza consente una riproduzione migliore del suono ed è meno sensibile ai disturbi causati dalle scariche elettriche dell'atmosfera.

IL CELLULARE

Le onde radio sono emesse e ricevute anche dai telefoni cellulari. Ogni apparecchio che emette e riceve onde radio occupa una banda di frequenze.

In Italia il primo intervallo di frequenze destinato alla telefonia mobile è compreso tra 890 MHz e 920 MHz.

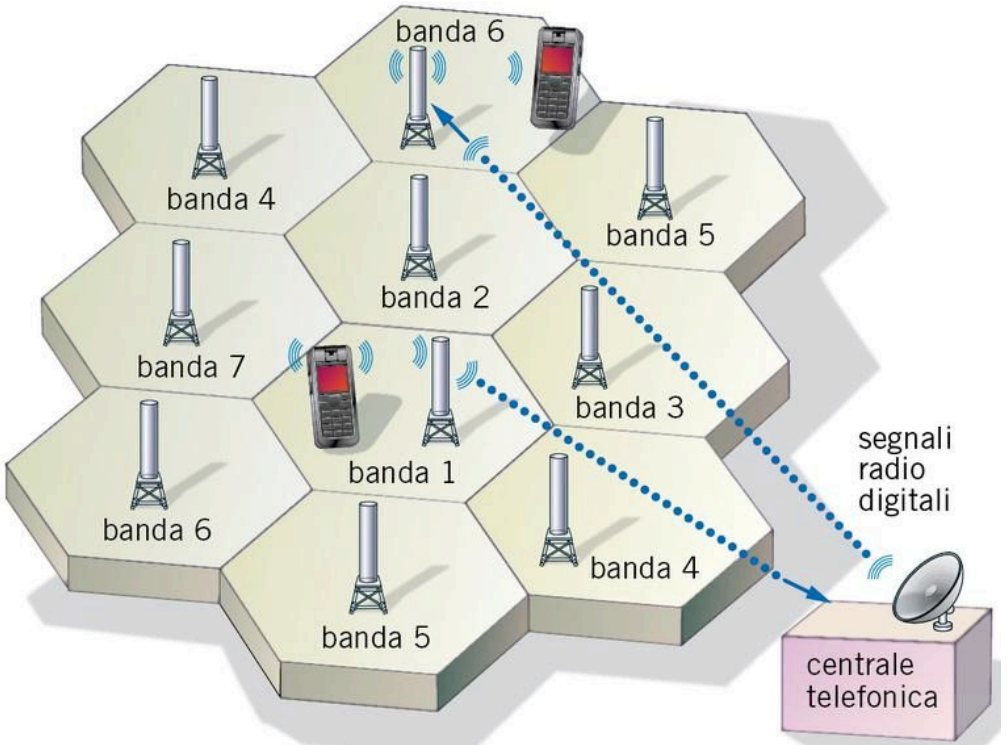


Ogni apparecchio che trasmette o riceve ha bisogno di una banda di frequenze ampia 0,025 MHz (per esempio quella compresa tra 908,350 MHz e 908,375 MHz).

Così, il massimo numero di apparecchi che possono funzionare contemporaneamente è dato dal rapporto tra l'intervallo di frequenze a disposizione e l'ampiezza di una singola banda:

$$N_{max} = \frac{920 - 890}{0{,}025} = 1200$$

Però gli utenti dei telefonini sono molti di più. Allora si suddivide il territorio in celle esagonali (motivo per cui il telefonino si chiama «cellulare»).



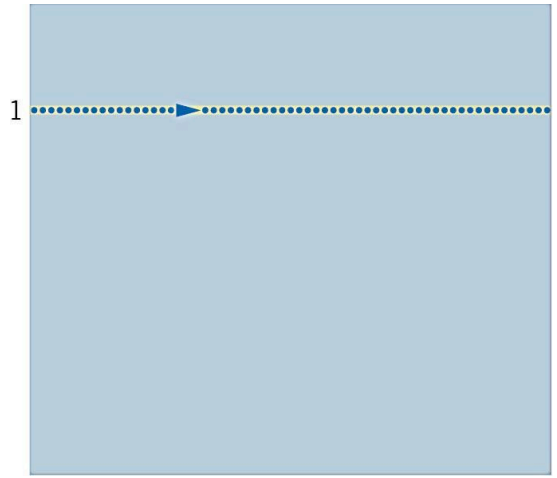
Al centro di ogni cella c'è un'antenna che riceve e trasmette i segnali dei telefonini. Le antenne non sono molto potenti e, quindi, i segnali che esse emettono superano di poco i limiti della cella.

Ciò significa che la stessa banda di frequenze può essere utilizzata in due celle che non siano adiacenti. Per esempio, nelle dieci celle della figura le bande numero 4, 5 e 6 sono usate due volte.

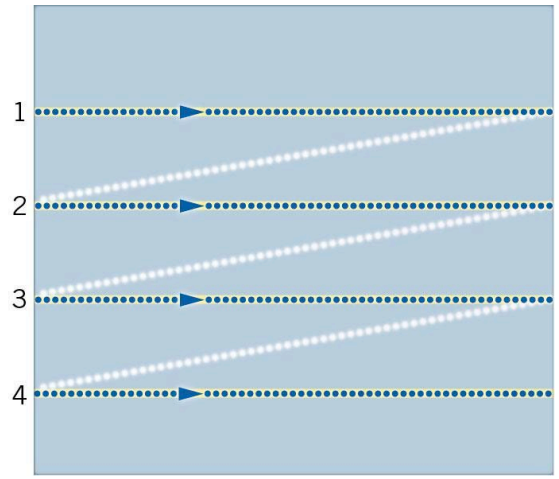
Questo espediente aumenta il numero di utenti della rete telefonica mobile. Quando un utente passa da una cella all'altra, il suo telefono si sintonizza automaticamente con una nuova antenna cambiando banda di trasmissione senza che l'utente se ne accorga.

LA TELEVISIONE

Il segnale televisivo trasporta le informazioni sull'immagine da riprodurre secondo uno schema progressivo. A partire da un certo istante:



Il segnale contiene le istruzioni su come «disegnare» la prima riga dello schermo, fatta di puntini più o meno brillanti.



Poi arrivano le informazioni che riguardano la seconda riga e via via quelle successive fino al fondo dello schermo.

Tutto ciò è molto veloce: l'intero schermo è ridisegnato 50 volte al secondo (frequenza = 50 Hz).

Nei vecchi televisori a tubo catodico il «pennello» di raggi catodici illuminava uno alla volta i punti dello schermo, nella successione mostrata sopra. A causa della permanenza delle immagini sulla rètina, i nostri occhi non si rendono conto di questo rapido processo di scrittura e percepiscono un'immagine continua.

Nei televisori a cristalli liquidi e al plasma ogni puntino rimane acceso tutto il tempo, ma l'immagine viene comunque ridisegnata ogni cinquantesimo di secondo per fare posto alle eventuali variazioni che il segnale trasmette.

Lo schermo di un televisore a colori contiene più di un milione di elementi colorati (detti pixel).

Essi sono distribuiti a gruppi di tre (rosso, verde e blu) e l'intensità relativa di questi tre colori fondamentali determina la particolare tinta percepita dall'occhio.

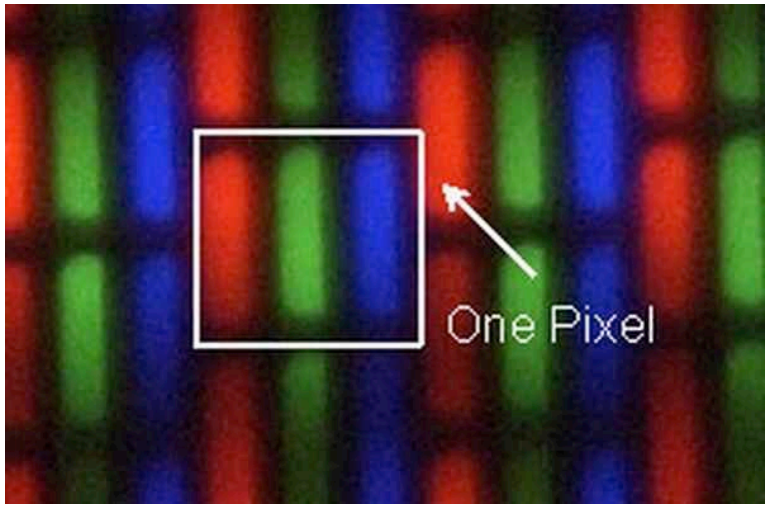
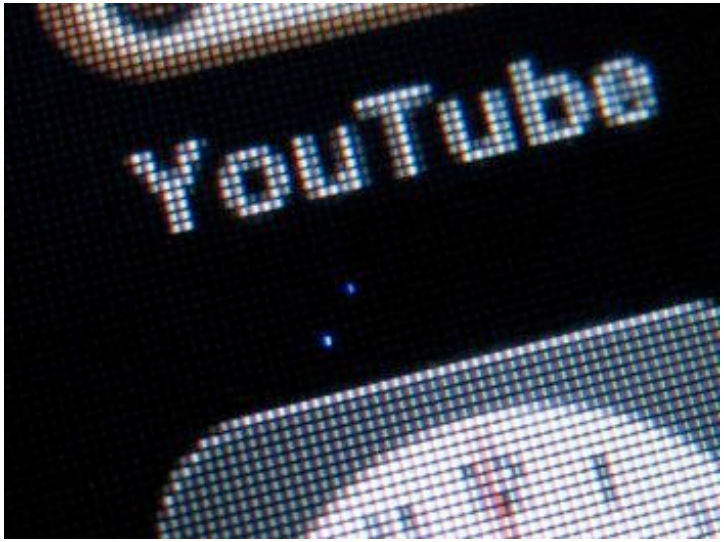


Immagine ingrandita di uno schermo a cristalli liquidi in cui i singoli pixel che concorrono a formare l'immagine sono ben visibili.



- Nelle trasmissioni televisive analogiche il contenuto (audio e video) da riprodurre è codificato in modo analogo a quello delle trasmissioni radio: la parte video è modulata in ampiezza, quella audio è modulata in frequenza ed entrambe le informazioni sono contenute nello stesso «canale».

- Nella televisione digitale il segnale è codificato come una lunga sequenza binaria di 1 e 0. Con tecniche di compressione dati, ciò permette di inserire più informazioni nello stesso ambito di frequenze; inoltre, il sistema digitale consente di introdurre metodi di controllo degli errori di trasmissione e (entro certi limiti) di correzione degli stessi.